

« مهدی کریمیان - تالیف شماره ۱۱ »

الف) هر دو در بازه $(0, 1)$ تابع وارونش x دارند و در بیشتر نقاط یکدیگر را قطع می کنند.

$$x = 2x - \frac{1}{x} \rightarrow x = \frac{1}{x} \quad \leftarrow f \circ f^{-1}(x) = x$$

x باید در $R = D_f$ حضور داشته باشد پس معادله جواب ندارد

$$\frac{-b}{a} = \frac{a}{a} \rightarrow -a = b \Rightarrow \frac{ax+1}{x-a} = y \rightarrow a-a=0$$

$$\Rightarrow f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow f \circ f(x-\sqrt{x}) = f \circ f^{-1}(x-\sqrt{x}) = x-\sqrt{x}$$

$$\frac{mx+1}{x+m+1} = x \Rightarrow x^2 + (m+1)x = mx+1 \Rightarrow x^2 - mx - 1 = 0$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{5}{1} \rightarrow \frac{a+b}{-1} = -1 \Rightarrow a+b = 1$$

$$f(x) = |2x+5| - |5x-2| \rightarrow \text{ضرب در } x \text{ منفی باشد} \Rightarrow \begin{matrix} -\frac{5}{2} & \frac{2}{5} \\ 3x-1 & 1x+3 \\ -3x+1 & \end{matrix}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-x}{5} + \frac{1}{5} \quad x \in \left[\frac{1}{5}, +\infty\right)$$

$$D_{f^{-1}} = R_f = \left(-\infty, \frac{29}{5}\right]$$

$$g(n) = a \Rightarrow a = 2f(3n) - 1 \rightarrow \frac{a+1}{2} = f(3n) \rightarrow \frac{1}{3}f^{-1}\left(\frac{a+1}{2}\right) = n$$

$$\hookrightarrow g^{-1}(a) = n \rightarrow g^{-1}(a) = \frac{1}{3}f^{-1}\left(\frac{a+1}{2}\right) \Rightarrow a = \frac{1}{3}, b=1, d=0, c=2$$

$$\frac{\frac{y}{3} + 0}{2} = \frac{1}{3}$$

$$a f\left(\frac{n+b}{c}\right)$$

$$x + 2\sqrt{x} \rightarrow y + 2\sqrt{y} = x \rightarrow y^2 + 2xy + x^2 = 4y$$

$$\Rightarrow y^2 - (2x+4)y + x^2 = 0 \Rightarrow y = \frac{2x+4 \pm \sqrt{(2x+4)^2 - 4x^2}}{2} = x+2 \pm 2\sqrt{x+1}$$

$$\rightarrow D_{f^{-1}} \in [0, +\infty)$$

دامنه تابع اصلی
باید بردار باشد

جمله دو تابع اکیدا صعودی، اکیدا صعودی است پس وارن خود را در

$$x-1+2^n = n \Rightarrow 2^n = 1 \Rightarrow n=0$$

ا قطع می کند

تابع f که تابع اکیدا صعودی است

$$f^{-1}(n) \geq n$$

$$\hookrightarrow f \circ f^{-1}(n) \geq f(n) \rightarrow n \geq f(n) \rightarrow 0 \geq n + 2^n \xrightarrow{+} n + 2^n \geq 0$$

که عدد

$f(n)$ اکیدا صعودی می باشد پس f و f^{-1} هم دیکر روی $x < n$ قطع می کنند



$$\hookrightarrow f^{-1}(n) \geq n \rightarrow f(n) \leq n$$

جاهای n که $f(n) \leq n$ این نیاز است $f^{-1}(n)$ با n نیاز است

$$\rightarrow n^2 + 2n \leq n \rightarrow n(n+2) \leq 0 \rightarrow n \leq 0$$

$$y = -x + \sqrt{x+4} \rightarrow x = -y + \sqrt{y+4}$$

(9)

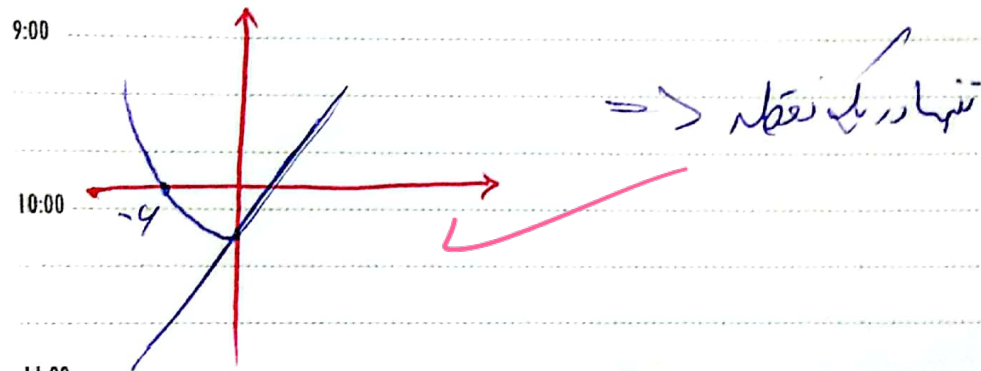
7:00

$$\rightarrow x^2 + 2xy + y^2 = y + 4 \rightarrow y^2 + (2x-1)y + x^2 - 4 = 0$$

8:00

$$\Rightarrow y = \frac{1 - 2x - \sqrt{1 - 4x}}{2} \xrightarrow{x+4} \frac{-1 - 2x - \sqrt{1 - 4x}}{2} = -\frac{2x + 1 + \sqrt{1 - 4x}}{2}$$

9:00



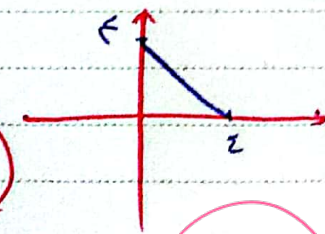
11:00

$$\sqrt{y} = 2 - \sqrt{x} \rightarrow 2 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow 0 \leq x \leq 4$$

12:00

$$y = f(x) = x - 4\sqrt{x} + 4$$

تابع با وارون خود برابر است.



(10)

13:00

$$f \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) \rightarrow x, x \in [0, 4] \rightarrow$$

14:00

