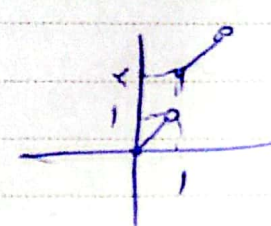


مهدی کردیچا - تالیف شماره ۱۱

الف) هر دو در بازه $(0, 1)$ تابع وارونش x دارند و در بیشتر نقاط یکدیگر را قطع می کنند.

ب) $f \circ f^{-1}(x) = x$  $x = 2x - \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{2}$

x باید در $R = P$ عضو داشته باشد پس معادله جواب ندارد

۲) $\frac{-b}{a} = \frac{a}{a} \Rightarrow -a = b \Rightarrow \frac{ax + 3}{x - a} = y \Rightarrow a - a = 0$

$\Rightarrow f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow f \circ f(x - \sqrt{4}) = f \circ f^{-1}(x - \sqrt{4}) = x - \sqrt{4}$

۳) $\frac{mx + 3}{x + m + 3} = x \Rightarrow x^2 + (m + 3)x = mx + 3 \Rightarrow x^2 - 3x - 3 = 0$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{5}{1} \rightarrow \frac{+3}{-3} = -1$

۴) $f(x) = |2x + 5| - |5x - 2|$ ضرب x باید منفی باشد $\Rightarrow \frac{-5}{2} \leq x \leq \frac{2}{5}$

$f^{-1}(x) = \frac{-x}{5} + \frac{7}{5}$ $x \in [\frac{2}{5}, +\infty)$ در این بازه نزولی است

$$g(n) = a \Rightarrow a = 2f(3n) - 1 \rightarrow \frac{a+1}{2} = f(3n) \rightarrow \frac{1}{3}f^{-1}\left(\frac{a+1}{2}\right) = n$$

$$\frac{\frac{y}{3} + 0}{2} = \frac{1}{3} \quad a f\left(\frac{n+b}{c}\right) \quad \underline{a = \frac{1}{3}, b = 1, d = 0, c = 2}$$

$$x + 2\sqrt{x} \rightarrow y + 2\sqrt{y} = x \rightarrow y^2 + 2xy + x^2 = 4y$$

$$\Rightarrow y^2 - (2x+4)y + x^2 = 0 \Rightarrow y = \frac{2x+4 \pm 4\sqrt{x+1}}{2} = x+2 \pm 2\sqrt{x+1}$$

$$\rightarrow D_{f^{-1}(n)} \in [0, +\infty)$$

دافند تابع اصلی
باید برداشت باشد

جمع دو تابع آلیا صعودی، آلیا صعودی است پس وارون خود را دارد

$$x - 1 + 2^n = n \Rightarrow 2^n = 1 \Rightarrow n = 0 \quad \leftarrow \alpha \text{ قطع می کند}$$

تابع f یک تابع آلیا صعودی است

$$f^{-1}(n) \geq n$$

$$\hookrightarrow f \circ f^{-1}(n) \geq f(n) \rightarrow n \geq f(n) \rightarrow 0 \geq n + 2^n \xrightarrow{2^n \geq 0} n \leq 0 \quad \leftarrow \text{فقط } n=0 \text{ جواب دارد}$$

$$y = -x + \sqrt{x+4} \rightarrow x = -y + \sqrt{y+4}$$

9

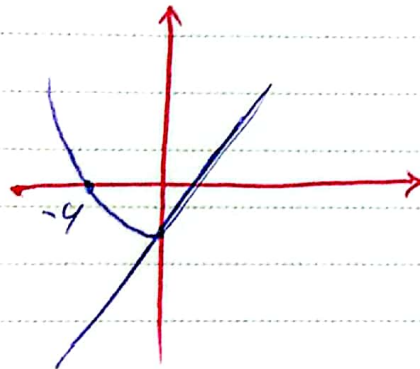
7:00

$$\rightarrow x^r + 2ny + y^r = y + 4 \rightarrow y^r + (2n-1)y + x^r - 4 = 0$$

8:00

$$\Rightarrow y = \frac{1-2n-\sqrt{1-4n}}{2} \xrightarrow{n+4} \frac{-1-2n-\sqrt{1-4n}}{2} = -\frac{2n+1+\sqrt{1-4n}}{2}$$

9:00



$\Rightarrow$ تنها یک نقطه

10:00

11:00

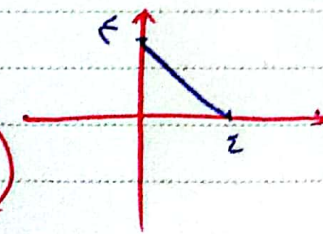
$$\sqrt{y} = 2 - \sqrt{x} \rightarrow 2 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow 0 \leq x \leq 4$$

12:00

$$y = f(x) = x - 4\sqrt{x} + 4$$

$$0 \leq y \leq 4$$

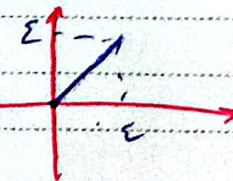
تابع با وارون خود برابر است.



10

13:00

$$f \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) \rightarrow x, x \in [0, 4] \rightarrow$$



14:00