

نام و نام خانوادگی: ... آفرین ...
پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱.۱... کلاس: ...

(الف) $f(x) = x + [x]$ $f \circ f^{-1}$ و $f^{-1} \circ f$ را قطع کنید
 $x = y + [y] \Rightarrow [x] = y$
 $[y] = x - y \Rightarrow 2x - 2y = [x] \Rightarrow y = x - \frac{[x]}{2}$
 تابع f اشیاء معدودی است بنابراین تابع معکوس خود را روی سبزه های اول و دوم قطع کردند.
 $x - \frac{[x]}{2} = y + \frac{[y]}{2} \Rightarrow x - \frac{[x]}{2} = y + \frac{[x - y]}{2} \Rightarrow x - \frac{[x]}{2} = y + \frac{[x]}{2} - \frac{[y]}{2} \Rightarrow x = y + [y]$
 $y = x + [x] \rightarrow [y] = x \rightarrow [x] = 0 \rightarrow x < 1$

(ب) $f \circ f^{-1} = 2x - 3 \Rightarrow x = 2x - 3$
 $\Rightarrow x = +1.5$
 که خطا است زیرا x باید صحیح باشد
 اگر x را دایره در تابع امکان ندارد

تابع f را بر روی سبزه های اول و دوم قطع کردند.
 $y = \frac{am + 3}{x + b} \Rightarrow \frac{a}{x} = -\frac{b}{x} \Rightarrow [a = -b] \Rightarrow f(m) = f^{-1}(a) \Rightarrow f \circ f^{-1}(a) = f \circ f^{-1}(a)$
 $\Rightarrow f \circ f^{-1}(5 - \sqrt{6}) = f \circ f^{-1}(a - \sqrt{6}) \Rightarrow a - \sqrt{6}$

$f(x) = \frac{mx + 3}{x + m + 3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-(m + 3)x + 3}{x - m} \Rightarrow f(m) = f^{-1}(m) \Rightarrow \frac{m + 3}{m + m + 3} = \frac{-(m + 3)m + 3}{m - m}$
 $\Rightarrow (m + 3)(x - m) = (x + (m + 3))(- (m + 3)x + 3) \Rightarrow (2m + 3)x^2 + (4m + 9)x - (6m + 9)$
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\alpha \beta} \Rightarrow \frac{S}{P} \Rightarrow \frac{-(4m + 9)}{-(6m + 9)} = 1$

$f(x) = \sqrt{(x + a)^2} - \sqrt{(a + x)^2} \Rightarrow |x + a| - |a + x|$
 $R_f = D_{f^{-1}} = [\frac{19}{a}, +\infty)$
 $\Rightarrow \begin{cases} x + a - a - x + 2 \Rightarrow -x + 2 & x > \frac{1}{a} \Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \\ x + a + a - x - 2 \Rightarrow 2x + 2 - \frac{2}{a} & x < \frac{1}{a} \\ -x - a + a - x - 2 \Rightarrow -2x - 2 & x < -\frac{1}{a} \end{cases}$
 $D_f = R_{f^{-1}} = [\frac{1}{a}, +\infty)$

$g(x) = 2f(2x) - 1 \Rightarrow g^{-1}(2f(2x) - 1) = x \Rightarrow 2f(2x) - 1 = c \Rightarrow f(2x) = \frac{c + 1}{2}$
 $\Rightarrow f^{-1}(\frac{c + 1}{2}) = x \Rightarrow g^{-1}(x) = f^{-1}(\frac{c + 1}{2}) \Rightarrow a = \frac{1}{2}, c = 2$
 $b = 1, d = 0$
 $\Rightarrow \frac{ac + d}{2b} \Rightarrow \frac{2}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}$

$$f(x) = x + 2\sqrt{x} \Rightarrow (\sqrt{x})^2 + 2\sqrt{x} = y \Rightarrow (\sqrt{x})^2 + 2\sqrt{x} + 1 = y + 1$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x} + 1)^2 = y + 1 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 = \sqrt{y+1} \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y+1} - 1$$

$$\Rightarrow x = (\sqrt{y+1} - 1)^2 \Rightarrow y = (\sqrt{x+1} - 1)^2 \quad D_f = R_{f^{-1}} = [0, +\infty)$$

$$R_f = D_{f^{-1}} = [0, +\infty)$$

$$y = x - 1 + 2^n$$

$$2^n + x - 1 < x$$

$$2^n \geq 1 \rightarrow x < 0, y < 0$$

از آنجایی که تابع ما تابعی آکریا صعودی است
پس تابع ما و تابع معکوس ما هر دو را در یک نقطه
که روی خطی است از نوع اول و دوم است قطع می کند

$$f(x) = x^3 + x \quad D_{f^{-1}} = R_f = \mathbb{R}$$

اعداد نامنفی

$$y = \sqrt[3]{f(x) - x}$$

$$\hookrightarrow f^{-1}(y) \geq x \Rightarrow f \circ f^{-1}(y) \geq f(x) \Rightarrow x^3 + x \leq x$$

$$\Rightarrow x^3 + x \leq 0 \Rightarrow x(x^2 + 1) \leq 0 \Rightarrow D_f = (-\infty, 0]$$

$$f(x) = -x + \sqrt{x+1} \Rightarrow y = -x + \sqrt{x+1} \Rightarrow x = -y + \sqrt{y+1}$$

$$\Rightarrow \textcircled{I} (x+1) = -y + \sqrt{y+1} \xrightarrow{y=x-1} x+1 = -x+1 + \sqrt{x-1+1}$$

$$2x+1 = \sqrt{x+1} \Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = x+1 \Rightarrow 4x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(4x+3) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, -\frac{3}{4} \Rightarrow x \neq -\frac{3}{4} \quad x+y+1=0 \quad \text{از این رو} \Rightarrow \textcircled{I} \text{ در } (-\infty, 0)$$

$$\hookrightarrow x+y = -1$$

$$\sqrt{y} + \sqrt{x} = 1 \Rightarrow \sqrt{y} = 1 - \sqrt{x} \Rightarrow f(x) = 1 - \sqrt{x}, f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow f \circ f^{-1}(x) \Rightarrow f \circ f^{-1}(x) = x$$

