نام و نام خانوادگی [illegible] پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱ کلاس [illegible]

۱	ب) $f\circ f^{-1}=2x-\frac{3}{2} \Rightarrow x=2x-\frac{3}{2}$ $\Rightarrow x=+1.5 \Rightarrow$ که غلط است زیرا که براساس شرط دامنه در تابع امکان ندارد	الف) f و f^{-1} چند بار را قطع می‌کنند $f(x)=x+[x]$ $x=y+[y] \Rightarrow [x]=2[y]$ $[y]=x-y \Rightarrow 2x-2y=[x] \Rightarrow y=x-\frac{[x]}{2}$ $x-\frac{[x]}{2}=x+\frac{[x]}{2} \Rightarrow$

۲

$$y=\frac{ax+5}{4x+b} \Rightarrow \frac{a}{4}=-\frac{b}{4} \Rightarrow \boxed{a=-b} \Rightarrow f(x)=f^{-1}(x) \Rightarrow f\circ f(x)=f\circ f^{-1}(x)$$

$$\Rightarrow f\circ f(5-\sqrt{6})=f\circ f^{-1}(5-\sqrt{6}) \Rightarrow 5-\sqrt{6}$$

۳

$$f(x)=\frac{mx+3}{x+m+3} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{-(m+3)x+3}{x-m} \Rightarrow f(x)=f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{mx+3}{x+m+3}=\frac{-(m+3)x+3}{x-m}$$

$$\Rightarrow (mx+3)(x-m)=(x+(m+3))(-(m+3)x+3) \Rightarrow (2m+3)x^2+(4m+9)x-(6m+9)$$

$$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta} \Rightarrow \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} \Rightarrow \frac{S}{P} \Rightarrow \frac{-(4m+9)}{-(4m+9)}=1$$

۴

$$f(x)=\sqrt{(2x+5)^2}-\sqrt{(5x-2)^2} \Rightarrow |2x+5|-|5x-2|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+5-5x+2 \Rightarrow -3x+7 & x\geq \frac{2}{5} \Rightarrow f^{-1}(x)=-\frac{x}{3}+\frac{7}{3} \\ 2x+5+5x-2 \Rightarrow 7x+3 & -\frac{5}{2}\leq x<\frac{2}{5} \\ -2x-5+5x-2 \Rightarrow 3x-7 & x<-\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$R_f=D_{f^{-1}}=[\frac{29}{5},+\infty)$$

$$D_f=R_{f^{-1}}=[\frac{2}{5},+\infty)$$

۵

$$g(x)=2f(3x)-1 \Rightarrow g^{-1}(2f(3x)-1)=x \Rightarrow 2f(3x)-1=t \Rightarrow f(3x)=\frac{t+1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{f^{-1}(\frac{t+1}{2})}{3}=x \Rightarrow g^{-1}(x)=\frac{f^{-1}}{3}(\frac{t+1}{2}) \Rightarrow a=\frac{1}{3} \quad c=2 \quad b=1 \quad d=0$$

$$\Rightarrow \frac{ac+d}{2b} \Rightarrow \frac{\frac{2}{3}}{2} \Rightarrow \frac{1}{3}$$

$f(x)=x+2\sqrt{x} \Rightarrow (\sqrt{x})^2+2\sqrt{x}=y \Rightarrow (\sqrt{x})^2+2\sqrt{x}+1=y+1$

$\Rightarrow (\sqrt{x}+1)^2=y+1 \Rightarrow \sqrt{x}+1=\sqrt{y+1} \Rightarrow \sqrt{x}=\sqrt{y+1}-1$ ۶

$\Rightarrow x=(\sqrt{y+1}-1)^2 \Rightarrow y=(\sqrt{x+1}-1)^2 \quad D_f=R_{f^{-1}}=[0,+\infty)$

$R_f=D_{f^{-1}}=[0,+\infty)$

$y=x-1+2^x$

از آنجایی که تابع ما تابعی اکیداً صعودی است

پس تابع ما و تابع معکوس ما همدیگر را در نقطه ای

که روی نیمساز ناحیه ی اول و سوم است قطع می کنند ۷

$f(x)=x^3+4x \quad D_{f^{-1}}=R_f=\mathbb{R}$

اعداد نامنفی O

$y=\sqrt{f^{-1}(x)-x}$ ۸

$\hookrightarrow f^{-1}(x)\geq x \Rightarrow f\circ f^{-1}(x)\geq f(x) \Rightarrow f(x)\leq x \Rightarrow x^3+4x\leq x$

$\Rightarrow x^3+3x\leq 0 \Rightarrow x(x^2+3)\leq 0 \Rightarrow D_f=(-\infty,0]$

$f(x)=-x+\sqrt{x+4} \Rightarrow y=-x+\sqrt{x+4} \Rightarrow x=-y+\sqrt{y+4}$

$\overset{\mathrm{I}}{\Rightarrow} (x+4)=-y+\sqrt{y+4} \xrightarrow{y=x-3} x+4=-x+3+\sqrt{x-3+4}$

$2x+1=\sqrt{x+1} \Rightarrow 4x^2+4x+1=x+1 \Rightarrow 4x^2+3x=0 \Rightarrow x(4x+3)=0$ ۹

$\Rightarrow x=0, -\frac{3}{4} \Rightarrow x\neq -\frac{3}{4}$ زیرا که $x+y+4=0$ $\Rightarrow$ در معادله I کار نمی کند

$\hookrightarrow x+y=-4$

$\sqrt{y}+\sqrt{x}=2 \Rightarrow \sqrt{y}=2-\sqrt{x} \Rightarrow f(x)=2-\sqrt{x}\ ,\ f^{-1}(x)=2-\sqrt{x}$

$\Rightarrow f\circ f(x) \Rightarrow f\circ f^{-1}(x)=x$ ۱۰