۱۸

۱) $f(x) = x + [x] \longrightarrow [y] = [x + [x]]$

$[y] = ۲[x] \longrightarrow [x] = \frac{[y]}{۲}$ ۲

الف) $\Rightarrow \frac{[x]}{۲} = [x + [x]]$

$\frac{[x]}{۲} = ۲[x] \longrightarrow [x] = ٤[x]$ $[y] = \frac{[x]}{۲}$

$\boxed{x = [0, 1)} \longrightarrow$ بی‌شمار

ب) $\Rightarrow ۲x - \frac{۳}{۲} = x \longrightarrow x - \frac{۳}{۲} = 0 \longrightarrow \boxed{x = \frac{۳}{۲}}$

---

۲) $\frac{ax + ۳}{٤x + b} \longrightarrow$ پس خودش با وارونش برابره

جمع مقسوم علیه = ریشه فرج

تقسیم ضرایب → مجانب افقی

$f \circ f(۵-\sqrt{۹})$ $\quad f \circ f = f \circ f^{-1} = x$ ۲

$\longrightarrow ۵ - \sqrt{۹}$

اگر مجانب‌ها روی خط $x = y$ همدیگر را قطع کنند یعنی $a = -d$ → خودش با وارونش برابره!

---

۳) $f(x) = \frac{mx + ۳}{x + m + ۳} = x \longrightarrow mx + ۳ = x^۲ + mx + ۳x$

$x^۲ + ۳x - ۳ = 0$ ۲

$S = \frac{-۳}{-۳} = ۱ \Leftarrow -۳x^۲ + ۳x + ۱ = 0$

سوال ۴ $\quad y = -۳x + ۷ \rightarrow x = \frac{۷ - y}{۳}$

محمدرضا سلطانی ۲

---

$f^{-1}(x) = \frac{۷ - x}{۳}$, $D_{f^{-1}} = R_f = x \leq \frac{۲۹}{۵}$

٤) $f(x) = |۲x + ۵| - |۵x - ۲|$ ۱

$-۲/۵$ $\quad \frac{۲}{۵}$

$\frac{-۳x + ۳}{۱}$ $\quad -۲x \mp ۵ + ۵x \mp ۲$

$\longrightarrow \frac{x - ۳}{-۳} = f^{-1}(x)$

ق ق

$-۳x + ۷ \quad x \geq \frac{۲}{۵}$

$۷x + ۳ \quad -\frac{۵}{۲} \leq x \leq \frac{۲}{۵}$

$۳x - ۷ \quad x \leq -\frac{۵}{۲}$

1

راه حل پاسخ بده ✓

9) $f(x) = -x + \sqrt{x+4} \qquad x \geq -3$

$+x + y = \sqrt{x+4} \longrightarrow x^2 + y^2 + 2xy = x + 4 \longrightarrow x^2 + (2y-4)x + y^2$

$(2y-4)^2 = 4y^2 - 16y + 16 \quad -4y^2 \quad = \sqrt{-16y+16} = 4\sqrt{-y+1}$

$\frac{-2y + 4 + 4\sqrt{-y+1}}{2} \Rightarrow 2\sqrt{-y+1} - y + 2$

$\Rightarrow -x + 2\sqrt{-x+1} + 2 \xrightarrow{x+4} -x - 2 + 2\sqrt{-x-3}$

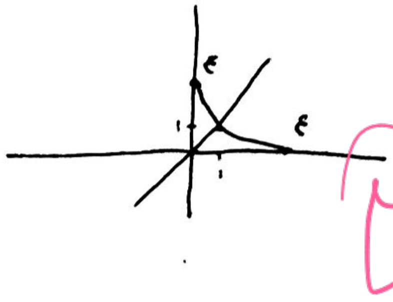
$-x - 2 + 2\sqrt{-x-3} = x - 3 \longrightarrow 2\sqrt{-x-3} = 2x - 1$

$+4x + 12 = 4x^2 - 4x + 1$

۱۲ بار ⟵ $4x^2 - 8x - 11 = 0$

---

10) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$ ✓

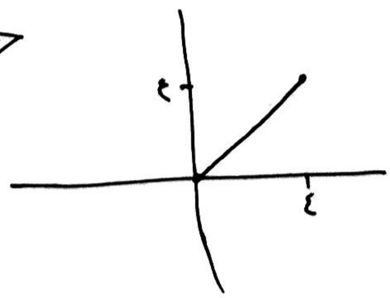



2

خودش با وارونش برابره!

$R_f = (0, 4]$

$D_f = [0, 4]$



۵

$g(x) = 2f(3x) - 1 \qquad y = 2f(3x) - 1 \longrightarrow \frac{y+1}{2} = f(3x)$

$a = \frac{1}{3} \quad d = 0$

$b = 1 \quad c = 2$

$\frac{\frac{1}{3} \times 2}{2} = \frac{1}{3}$

$g^{-1}(x) = \frac{f^{-1}\left(\frac{y+1}{2}\right)}{3} = x \longleftarrow f^{-1}\left(\frac{y+1}{2}\right) = 3x$

۲

---

۶

$f(x) = x + 2\sqrt{x} \longrightarrow R^+ = D_f \,/\, \left(R_f = [0, +\infty)\right) \longrightarrow D_{f^{-1}}$

۲

$y = x + 2\sqrt{x}$

$y - x = 2\sqrt{x}$

$y^2 - 2xy + x^2 = 4x \longrightarrow x^2 - (2y + 4)x + y^2 = 0$

$x = \frac{\sqrt{(2y-4)^2 - 4y^2} + 2y - 4}{2} = \frac{\sqrt{-16y + 16} + 2y - 4}{2}$

$\Rightarrow 2\sqrt{-y+1} + y - 2 \Rightarrow 2\sqrt{-x+1} + x - 2$

---

۷

$2^x + x - 1 = x \longrightarrow 2^x = 1 \longrightarrow x = 0$

۲

---

۸

$f(x) = x^3 + 4x \longrightarrow y = \underbrace{x^3 + 4x}_{\text{اکیداً صعودی}}$

$f^{-1}(x) > x$

۲

$x > f(x)$

$x > x^3 + 4x$

$x^3 + 3x \longrightarrow \underset{\text{همواره مثبت}}{3x^2 + 3} \longrightarrow$

$0 \geq x^3 + 3x$

اعداد ← نقطه صدق می کند

## سوال ۹

$$f(x) \xrightarrow[\text{به نیمساز}]{\text{قرینه نسبت}} f^{-1}(x) \xrightarrow[\text{چپ}]{\text{۴ واحد}} f^{-1}(x+4) \longrightarrow g(x) = f^{-1}(x+4)$$

$$g(x) = x-3 \rightarrow f^{-1}(x+4) = x-3 \xrightarrow[\text{می‌گیریم } f]{\text{از دو طرف}} x+4 = f(x-3)$$

$$-x+3+\sqrt{x+1} = x+4 \rightarrow 2x+1 = \sqrt{x+1} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \; \checkmark \\ x = -\frac{3}{4} \quad \text{غ‌ق‌ق} \end{cases}$$

جواب رادیکال منفی

$$4x^2+4x+1 = x+1$$

$$4x^2+3x = 0$$