

الف) **لحفا مرتب تر بنویسید و عکس راضع تری ارسال کنید** معنوم

$$f(x) = x + [x] \rightarrow f'(x) \rightarrow y + [y] = x \rightarrow [x], [y + [x]] \rightarrow [x], [x] \rightarrow$$

$$y = \frac{[x] - [x]}{1} = f'(x) \quad \text{یا} \quad y = x[y] \rightarrow [y] \cdot [x]$$

ب) $2x - \frac{r}{r} = x \rightarrow x = \frac{r}{r} \rightarrow f'(x) = \dots$

دستیابی به این نتیجه را قطع می کند

$y = \frac{ax + r}{cx + b}$

حالت اول: $\frac{a}{c} = \frac{b}{r}$

حالت دوم: $\frac{a}{c} \neq \frac{b}{r}$

$$\rightarrow y = x \rightarrow \frac{b}{r} = \frac{a}{r} \rightarrow a = b$$

$$y = \frac{ax + r}{cx + b} \xrightarrow{cx + b} \frac{ax + b}{cx + b} \rightarrow a + \frac{r-b}{cx + b} \rightarrow f(x) = f'(x) \rightarrow$$

مثال: $f \circ f(x), f \circ f'(x) \rightarrow f \circ f'(x) = \frac{1}{2} - \sqrt{4}$

$f(x) = \frac{mx + r}{x + (m+r)}$

$$y = \frac{mx + r}{x + (m+r)} \rightarrow x = \frac{my + r}{y - (m+r)}$$

$$xy - my = r - x(m+r) \rightarrow y(x-m) = r - x(m+r) \rightarrow y = \frac{r - x(m+r)}{x-m}$$

$$\frac{mx + r}{x + m + r} = \frac{r - mx - rx}{x - m} \rightarrow mx^2 - m^2x + rx - rm = rx^2 + rxm + r - mx^2 - m^2x - rxm - rx^2 - rxm - 9x$$

مرتب بنویس!

$$\frac{x \cdot \frac{mx + r}{x + m + r}}{\frac{x \cdot \frac{mx + r}{x + m + r}}{x + m + r}} \rightarrow x^2 + mx + r = mx + r \rightarrow x^2 + rx - r = 0 \rightarrow x = \frac{-r \pm \sqrt{r^2 + 4r}}{2}$$

در این بازه می باشد

$x > \frac{1}{a} \rightarrow V - rx \rightarrow$

$-\frac{a}{r} < x < \frac{1}{a} \rightarrow Vx + r$

$x < -\frac{a}{r} \rightarrow rx - V$

$y = V - rx \rightarrow x = V - ry \rightarrow ry = V - x \rightarrow y = \frac{V - x}{r} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{V - x}{r}$

$R_{f^{-1}} = [\frac{1}{a}, +\infty) \quad D_{f^{-1}} = [\frac{rV}{a}, +\infty)$

$g(x) = 2f(x) - 1 \rightarrow g'(x) = 2f'(x) \rightarrow 2f'(x) - 1 \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}$

$f^{-1}(\frac{1}{2}) = c \rightarrow f(\frac{1}{2}) = c \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{1}{2} f^{-1}(\frac{1}{2}) \rightarrow$

$\frac{c}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow c = 1$

$\frac{c}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow c = 1$

$$f'(x) = 2x + 2\sqrt{x}$$

$$f^{-1}(x) \rightarrow y = x + 2\sqrt{x} \rightarrow x = y + 2\sqrt{y} + 1 - 1 \rightarrow x = (\sqrt{y} + 1)^2 - 1 \rightarrow x + 1 = (\sqrt{y} + 1)^2$$

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{y} + 1 \rightarrow \sqrt{x+1} - 1 = \sqrt{y} \rightarrow (\sqrt{x+1} - 1)^2 = y \rightarrow f^{-1}(x) = R_{f^{-1}} = [0, +\infty)$$

$$y = x - 1 + 2^x \rightarrow x = y - 1 + 2^y$$

$$y = x - 1 + 2^x = x \rightarrow 2^x - 1 = 0 \rightarrow x = 0$$

نقطه (0,0) که با قطع می کند ✓

$$f(x) = x^2 \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{f^{-1}(x)} = x \rightarrow f^{-1}(x) = x^2$$

تابع $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ را می توانیم با هم مقایسه کنیم و ببینیم که آیا $f(x) > f^{-1}(x)$ یا $f(x) < f^{-1}(x)$ یا $f(x) = f^{-1}(x)$ است.

$$y = \sqrt{x^2 + 2x} \rightarrow y = \sqrt{x^2 + 2x}$$

$$f^{-1}(x) > x \rightarrow f \circ f^{-1}(x) > f(x) \rightarrow x > f(x) \rightarrow x > x^2 + 2x \rightarrow 0 > x^2 + x$$

برای $x < 0$ جواب است $[-\infty, 0]$

$$① \rightarrow f(x) = -x + \sqrt{x+2} \rightarrow y = -x + \sqrt{x+2} \rightarrow x = -y + \sqrt{y+2}$$

$x > -2$ $R(x) = [2, +\infty)$

یک نقطه برخورد دارند.

$$x = -y + \sqrt{y+2} \rightarrow x + y = \sqrt{y+2} \rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = y + 2 \rightarrow y^2 + (2x+1)y + x^2 - 2 = 0$$

$$y^2 + (2x+1)y + (x^2 - 2) = 0 \rightarrow y' = (2x+1)y + x^2 - 2 = 0$$

با استفاده از مشتق می توانیم نقطه برخورد را پیدا کنیم.

$$y = 2x \rightarrow (2x)^2 + (2x+1)(2x) + x^2 - 2 = 0 \rightarrow 4x^2 + 4x^2 + 2x + 2x^2 - 2 = 0 \rightarrow 6x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$3x^2 + 2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{6} = \frac{-2 \pm 4}{6} \rightarrow x = \frac{1}{3} \text{ یا } x = -1$$

برای $x = \frac{1}{3}$ $y = \frac{2}{3}$ $R(x) = [2, +\infty)$

$$y = (2 - \sqrt{x})^2$$

$$(2 - |2 - \sqrt{x}|)^2$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \rightarrow (\sqrt{y})^2 = (2 - \sqrt{x})^2$$

$$f \circ f(x) = f((2 - \sqrt{x})^2) = (2 - \sqrt{(2 - \sqrt{x})^2})^2 = 0$$

$$0 \leq x \leq 4 \rightarrow (2 - 2 + \sqrt{x})^2 \rightarrow (\sqrt{x})^2 = x$$

$$x > 4 \rightarrow (2 + 2 - \sqrt{x})^2 \rightarrow (4 - \sqrt{x})^2$$

