نام و نام خانوادگی ...... امیرمحمد ابوطالبی ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...... کلاس ......

۱

الف)

$f(x)=x+[x] \rightarrow f^{-1}(x) \rightarrow y+[y]=x \rightarrow [x]=[y+[y]] \rightarrow [x]=2[y] \rightarrow$

$y=\frac{2x-[x]}{2}=f^{-1}(x)$ ها $\rightarrow y=x-[y] \rightarrow$ ها $[y]=\frac{[x]}{2}$

$x+[x]=\frac{2x-[x]}{2} \rightarrow \boxed{[x]=0}$

که بی‌نهایت بار هم دیگر را قطع می‌کند

ب)

$2x-\frac{3}{2}=x \rightarrow \boxed{x=\frac{3}{2}} \longrightarrow$ که در دامنه $f^{-1}(x)$ نیست پس معادله جواب ندارد

$\therefore D_{f^{-1}(x)}=R$

۲

$y=\frac{ax+c}{cx+b}$

مجانب افقی $\frac{a}{c}$

مجانب عمودی $-\frac{b}{c}$

$\longrightarrow y=x \longrightarrow \frac{-b}{c}=\frac{a}{c} \rightarrow \boxed{a=-b}$

$y=\frac{ax+3}{4x-a} \longrightarrow \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow a+d=0 \rightarrow f(x)=f^{-1}(x) \longrightarrow$ مثال $\boxed{y=\frac{ax+3}{4x-a}}$

$x=\frac{ay+3}{4y-a} \rightarrow 4xy-ax=ay+3 \rightarrow 4xy-ay=ax+3 \rightarrow \boxed{y=\frac{ax+3}{4x-a}}$

$fof(x)=fof^{-1}(x) \longrightarrow fof^{-1}(5-\sqrt{6})=\boxed{5-\sqrt{6}}$

۳

$f(x)=\frac{mx+3}{x+(m+3)} \rightarrow \boxed{y=\frac{mx+3}{x+(m+3)}} \rightarrow x=\frac{my+3}{y+(m+3)} \rightarrow xy+x(m+3)=my+3$

$xy-my=3-x(m+3) \rightarrow y(x-m)=3-x(m+3) \longrightarrow \boxed{y^{-1}=\frac{3-x(m+3)}{x-m}}$

$\frac{mx+3}{x+m+3}=\frac{3-mx-3x}{x-m} \longrightarrow mx^2-m^2x+3x-3m=3x+3m+9-mx^2-m^2x-3mx-3x^2-3mx-9x$

$x=\frac{mx+3}{x+m+3} \rightarrow x^2+mx+3x=mx+3 \longrightarrow x^2+3x-3=0 \rightarrow$ ریشه A, B

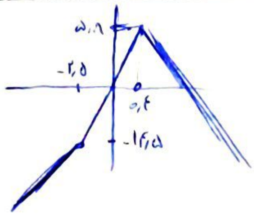
$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\frac{A+B}{AB} \rightarrow \frac{S}{P} \rightarrow S=-3 \quad P=-3 \quad =\frac{-3}{-3}=1$

۴

$x\geq\frac{2}{5} \longrightarrow 7-3x \longrightarrow$ در این بازه وارون پذیر است

$-\frac{5}{2}\leq x<\frac{2}{5} \longrightarrow 7x+3$

$x<-\frac{5}{2} \longrightarrow 3x-7$



$y=7-3x \longrightarrow x=7-3y \rightarrow 3y=7-x \rightarrow y=\frac{7-x}{3} \longrightarrow \boxed{f^{-1}(x)=\frac{7-x}{3}}$

$R_{f^{-1}}=[\frac{2}{5},+\infty) \quad D_{f^{-1}}=[\frac{29}{5},+\infty)$

۵

$g(x)=2f(3x)-1 \longrightarrow g^{-1}(2f(3x)-1)=x \longrightarrow 2f(3x)-1=t \rightarrow f(3x)=\frac{t+1}{2}$

$f^{-1}(\frac{t+1}{2})=3x \longrightarrow \frac{f^{-1}(\frac{t+1}{2})}{3}=x \longrightarrow g^{-1}(x)=\frac{1}{3}f^{-1}(\frac{x+1}{2}) \rightarrow$ $a=\frac{1}{3}$, $b=1$, $c=2$, $d=0$

$\frac{a^c+d}{2b} \quad \frac{\frac{2}{3}}{2}=\frac{1}{3}$

$f(x) = x + 2\sqrt{x}$

$f^{-1}(x) \longrightarrow y = x + 2\sqrt{x} \longrightarrow x = y + 2\sqrt{y} + 1 - 1 \longrightarrow x = (\sqrt{y}+1)^2 - 1 \rightarrow x + 1 = (\sqrt{y}+1)^2$

$\sqrt{x+1} = \sqrt{y} + 1 \longrightarrow \sqrt{x+1} - 1 = \sqrt{y} \longrightarrow (\sqrt{x+1} - 1)^2 = y \longrightarrow D_{f^{-1}(x)} = R_{f(x)} = [0, +\infty)$ ۶

$y = x - 1 + 2^x \longrightarrow x = y - 1 + 2^y$

y $x - 1 + 2^x = x \rightarrow 2^x - 1 = 0 \rightarrow x = 0$

در نقطه $(0,0)$ همدیگر را قطع می کنند ✓ ۷

$f(x) = x^3 + 4x$

$\sqrt{f^{-1}(x) - x} \xrightarrow{\text{زیر}} f^{-1}(x) = x$

~~تابع $f^{-1}(x)$ و $f(x)$ ... $y=x$ قطع می کنند ...~~ ۸

$y = \sqrt{\cancel{x^3+4x-x}} \rightarrow y = \sqrt{x^3+4x} \longrightarrow$ یک به یک صعودی اکید

$f^{-1}(x) \geq x \longrightarrow f \circ f^{-1}(x) \geq f(x) \rightarrow x \geq f(x) \rightarrow x \geq x^3 + 4x \rightarrow 0 \geq x^3 + 3x$

تعیین علامت جواب ثابت $\rightarrow (-\infty, 0]$

$- \bullet \; 0 \; +$

---

① $\rightarrow f(x) = -x + \sqrt{x+4} \longrightarrow y = -x + \sqrt{x+4} \longrightarrow x = -y + \sqrt{y+4}$

$x \geq -4$ $\quad \hookrightarrow R_{f(x)} = [4, +\infty)$

یک نقطه برخورد دارند.

$x = -y + \sqrt{y+4} \longrightarrow x + y = \sqrt{y+4} \rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = y + 4 \longrightarrow y^2 + (2x-1)y + x^2 - 4 = 0$

$y^2 + (2(x+4) - 1)y + ((x+4)^2 - 4) = 0 \longrightarrow y^2 + (2x+7)y + x^2 + 8x + 12 = 0 \xrightarrow[\text{با قطع می کند}]{y = x-3 \text{ مقدار}}$ $(x-3)$

$y = x-3$ $\quad (x-3)^2 + (2x+7)(x-3) + x^2 + 8x + 12 = 0 \rightarrow 4x^2 + 3x = 0$

$x(4x+3) = 0 \longrightarrow \boxed{x = 0 \;,\; x = -\frac{3}{4}} \longrightarrow R_{f(x)} = D_{f(x)} \longrightarrow$ چون تابع را معادله کنیم بر $\rightarrow D_{f^{-1}(x)} = [0, +\infty)$

$y = (2 - \sqrt{x})^2$

$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \longrightarrow (\sqrt{y})^2 = (2 - \sqrt{x})^2 \longrightarrow$

$f \circ f(x) = f((2-\sqrt{x})^2) = (2 - \sqrt{(2-\sqrt{x})^2})^2 = \quad (2 - |2 - \sqrt{x}|)^2$

$0 \leq x \leq 4 \rightarrow (2 - 2 + \sqrt{x})^2 \longrightarrow (\sqrt{x})^2 = x$

$x \geq 4 \longrightarrow (2 + 2 - \sqrt{x})^2 \longrightarrow (4 - \sqrt{x})^2$ ~~[illegible]~~

$\hookrightarrow$ غق