

۱

$$\frac{-a \sin \frac{\pi}{4} + b \cos \frac{\pi}{4}}{a \sin \frac{\pi}{4} + b \cos \frac{\pi}{4}} = \tan \frac{\alpha}{2} \rightarrow \frac{-a \sin \frac{\pi}{4} - b \cos \frac{\pi}{4}}{-a \sin \frac{\pi}{4} + b \cos \frac{\pi}{4}} = -\tan \frac{\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}(-a-b)}{\frac{1}{2}(b-a)} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \frac{\sqrt{3}(a+b)}{(b-a)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \frac{a+b}{b-a} = \frac{1}{3} \rightarrow \begin{cases} 3a+3b=b-a \\ b-a = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

۲

$\cos \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 60^\circ$
 $\alpha' = -150^\circ = -\frac{5\pi}{6}$

$PP' = \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$
 $OP' = OP = 1$

مسافت طی شده $= \sqrt{2 + \sqrt{3}}$

۳

مسافت طی شده $= \frac{\pi}{180} \times 90 = \frac{\pi}{2}$
 $\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{180} h \Rightarrow h = 90$
 $2 + 0.15 = 2.15$

۴

ساعت ۳ است زاویه اولی ۹۰°
 برای بار دوم زاویه بین دو عقربه ۲۰° شود یعنی در عقربه نسبت به هم ۱۱۰° حرکت کنند

تایم هر یک دقیقه
 ۵۵° تا به هم برسند سپس هر دقیقه
 ۵۵° تا به هم برسند آنها ازاد می شوند

$\frac{1}{11} = \frac{20}{110}$
 بعد از گذشت ۲۰ دقیقه حاصلی
 آنها برای بار دوم ۲۰ می شود

۵

$-\frac{\pi}{4} < x \leq \frac{5\pi}{4}$
 $\sin x \leq \frac{m-3}{5} \rightarrow -\frac{1}{4} < \frac{m-3}{5} \leq 1$
 $\sin x \leq \frac{m-3}{5}$
 $-\frac{5}{4} < m-3 \leq 5$
 $\frac{1}{4} < m \leq 8$

$$\frac{\cos(10^\circ) + k \cos(70^\circ)}{\sin(10^\circ) + k \sin(70^\circ)} = r$$

$$\tan 10^\circ = 0.176$$

$$\frac{1 - k \tan(10^\circ)}{-1 - k \tan(10^\circ)} = r$$

$$k = 1.76$$

$$(0.176)k = 0.31$$

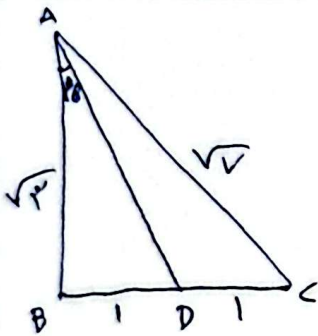
$$\frac{\tan(\frac{\pi}{4} - x) - \cot(\pi - x)}{\cot(\frac{\pi}{4} - x) + \tan(\pi - x)} = \frac{\tan(x) - \cot(x)}{\cot(x) + \tan(x)}$$

$$\frac{r \cot(x)}{-\tan(x)} = -\frac{r \cos(x) \frac{1}{\sin(x)}}{\frac{\sin(x)}{\cos(x)}} = -\frac{1}{r}$$

$$\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = r \rightarrow 1 - \cos x = r + r \cos x \rightarrow \cos(x) = \frac{1}{1+r} \rightarrow \sin(x) = \frac{r}{1+r}$$

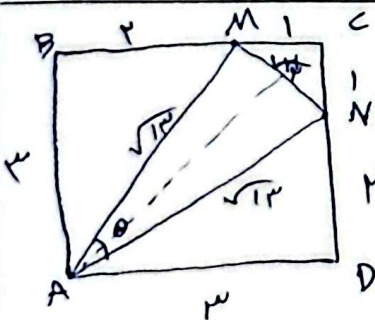
$$\frac{2\pi}{10} \times r_B = \frac{2\pi}{10} \times r_A \rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{s_A}{s_B} = \frac{r_A}{r_B} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = \left(\frac{1}{1}\right)^2 = 1$$



$$s_{ABC} = \sqrt{2} \rightarrow \frac{AB \times BC}{r} = \sqrt{2} \rightarrow BC = r \rightarrow DC = 1$$

$$\sin C = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \sin C = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$



$$\frac{AM \times AN \times \sin \theta}{r} = \frac{AM \times AN \times \sin \theta}{r}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sin \theta = \frac{1}{1} \times \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$