۱۹

به نام خدا

کیوان مکارم نسب

تکلیف شماره ۱۲

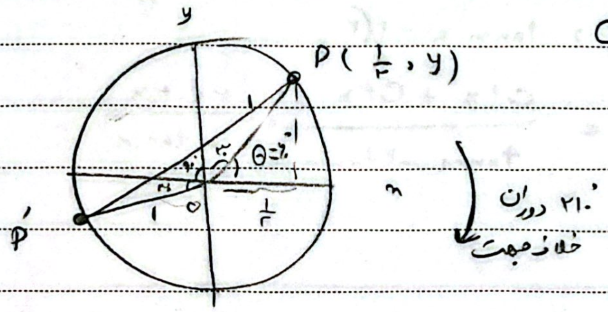
① ۲

$$\frac{a\sin\frac{۴\pi}{۳}+b\cos\frac{۷\pi}{۶}}{a\sin\frac{۱۱\pi}{۶}+b\cos\frac{\pi}{۳}}=\tan\frac{۵\pi}{۶}\longrightarrow\frac{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}a-\frac{\sqrt{۳}}{۲}b}{-\frac{a}{۲}+\frac{b}{۲}}=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\frac{\cancel{-}\frac{\sqrt{۳}}{\cancel{۲}}(a+b)}{\cancel{+}\frac{۱}{\cancel{۲}}(a-b)}=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}\longrightarrow\frac{\cancel{\sqrt{۳}}(a+b)}{(a-b)}=-\frac{\cancel{\sqrt{۳}}}{۳}\longrightarrow\frac{a+b}{a-b}=-\frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow ۳a+۳b=-a+b\longrightarrow ۴a=-۲b\longrightarrow\frac{b}{a}=\boxed{-۲}$$ ✓

② ۲



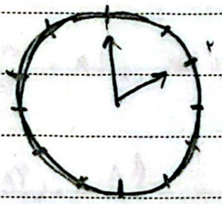
$\cos\theta=\frac{۱}{۲}\longrightarrow\theta=۶۰^\circ$

$\longrightarrow\hat{P'OP}=۱۵۰^\circ\longrightarrow S=\frac{۱}{۲}ab\sin\alpha$

$\longrightarrow S_{\overset{\Delta}{P'OP}}=\frac{۱}{۲}\times۱\times۱\times\sin۱۵۰^\circ=\frac{۱}{٤}$ ✓

پاسخ برگه راه حل

③ ۲



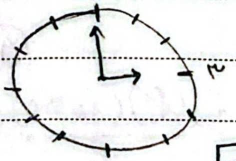
$\frac{\frac{\pi}{۹}}{\pi}=\frac{D}{۱۸۰}\longrightarrow D=۲۰^\circ\longrightarrow$

هر ۳۰° ــــ ۵ دقیقه

هر ۲۰° ــــ ؟ دقیقه $\rightarrow ?=\frac{۲۰\times۵}{۳۰}=\frac{۱۰}{۳}$ دقیقه

$(\frac{۱۰}{۳}\simeq۳)$ ← ساعت جدید ۲:۰۳′ →

④ ۲



$\alpha=\left|\frac{۱۱M}{۲}-۳۰H\right|\longrightarrow ۲۰=\left|\frac{۱۱M}{۲}-۳۰H\right|$

$\xrightarrow{H=۳}۲۰=\left|\frac{۱۱M}{۲}-۹۰\right|\Rightarrow\frac{۱۱M}{۲}-۹۰=۲۰\longrightarrow\frac{۱۱M}{۲}=۱۱۰$

$\boxed{M=۲۰'}$ دقیقه و $۹۰-\frac{۱۱M}{۲}=۲۰\longrightarrow\frac{۱۱M}{۲}=۷۰\longrightarrow \boxed{M=\frac{۱٤۰}{۱۱}}$ ✓ دقیقه

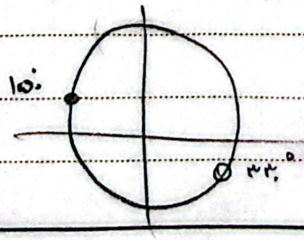
بار دوم

بار اول

⑤ ۲

$-\frac{\pi}{۶}<x\leq\frac{۵\pi}{۶}\xrightarrow{\text{طبق دایره مثلثاتی}}-\frac{۱}{۲}<\sin\theta\leq۱\longrightarrow-\frac{۱}{۲}<\frac{m-۳}{۵}\leq۱$

$\xrightarrow{\times۵}-\frac{۵}{۲}<m-۳\leq۵\xrightarrow{+۳}\boxed{\frac{۱}{۲}<m\leq۸}$ ✓



$\boxed{m=\{۱,۲,۳,٤,۵,۶,۷,۸\}}$ ✓ ← $m\in\mathbb{Z}$

(۶)

$$\frac{\sin(\frac{\pi}{۲}+۱۵^\circ)+K\cos(\frac{۳\pi}{۲}-۱۵^\circ)}{\cos(\pi-۱۵^\circ)+۲\sin(\pi+۱۵^\circ)}=۳ \longrightarrow \frac{\cos۱۵^\circ-K\sin۱۵^\circ}{-\cos۱۵^\circ-۲\sin۱۵^\circ}=۳$$

۲

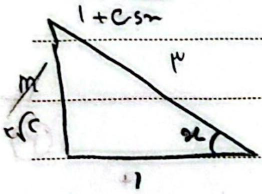
صورت و مخرج کسر را به $\cos۱۵^\circ$ تقسیم می‌کنیم.

$$\longrightarrow \frac{۱-K(\tan۱۵^\circ)}{-۱-۲\tan۱۵^\circ}=۳ \longrightarrow \frac{۱-K(۰/۲۵)}{-۱-۲(۰/۲۵)}=۳ \longrightarrow \frac{۱-\frac{K}{۴}}{-۱-\frac{۱}{۲}}=۳$$

$$\longrightarrow \frac{\frac{۴-K}{۴}}{-\frac{۳}{۲}}=۳ \longrightarrow \frac{۴-K}{-۶}=۳ \longrightarrow ۴-K=-۱۸ \longrightarrow \boxed{K=۲۲}$$

(۷)

$$\frac{۱-\cos x}{۱+\cos x}=۲ \longrightarrow ۲+۲\cos x=۱-\cos x \longrightarrow ۳\cos x=-۱ \longrightarrow \cos x=-\frac{۱}{۳}$$



$$\longrightarrow m^۲+۱=۹ \longrightarrow m^۲=۸ \longrightarrow m=۲\sqrt{۲} \longrightarrow \sin x=+\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$$

$$\longrightarrow \cot x=\frac{-\frac{۱}{۳}}{\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}}=-\frac{\sqrt{۲}}{۴} , \quad \tan x=-۲\sqrt{۲}$$

۲

$$\longrightarrow \frac{\tan(\frac{\pi}{۲}-x)-\cot(\pi-x)}{\cot(\frac{۳\pi}{۲}-x)+۲\tan(۲\pi-x)}=\frac{\cot x+\cot x}{\tan x-۲\tan x}=\frac{۲\cot x}{-\tan x}$$

$$\longrightarrow \frac{۲(-\frac{\sqrt{۲}}{۴})}{-(-۲\sqrt{۲})}=\frac{-\frac{\cancel{\sqrt{۲}}}{۲}}{۲\cancel{\sqrt{۲}}}=\boxed{-\frac{۱}{۴}}$$ ✓

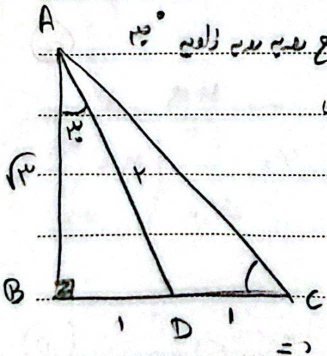
(۸)

۲

$$\frac{۱۰۸}{۱۸۰}=\frac{R}{\pi} \longrightarrow R_A=\frac{۳\pi}{۵} \xrightarrow{\text{می‌دانیم}} L=r\theta \longrightarrow L_B=\frac{۹\pi}{۱۰}\times r_B , \quad L_A=\frac{۳\pi}{۵}\times r_A$$

$$L_۱=L_۲ \longrightarrow \frac{\overset{۳}{۹}\cancel{\pi}}{\underset{۲}{\cancel{۱۰}}}\times r_B=\frac{۳\cancel{\pi}}{\cancel{۵}}\times r_A \longrightarrow \frac{r_A}{r_B}=\frac{۳}{۲} \xrightarrow{A=\pi r^۲} \frac{A_A}{A_B}=\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۲=\boxed{\frac{۹}{۴}}$$ ✓

(۹)



ضلع روبه روی زاویه ۳۰° ← نصف وتر ← $AD=۲ \longrightarrow AB^۲+۱=۴$

$$\longrightarrow AB=\sqrt{۳} \longrightarrow S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{AB\times BC}{۲} \Rightarrow \cancel{\sqrt{۳}}=\frac{(\cancel{\sqrt{۳}})(۱+DC)}{۲}$$

$$DC+۱=۲ \longrightarrow DC=۱ \xrightarrow{\text{در } \overset{\triangle}{ABC}} AB^۲+BC^۲=AC^۲$$

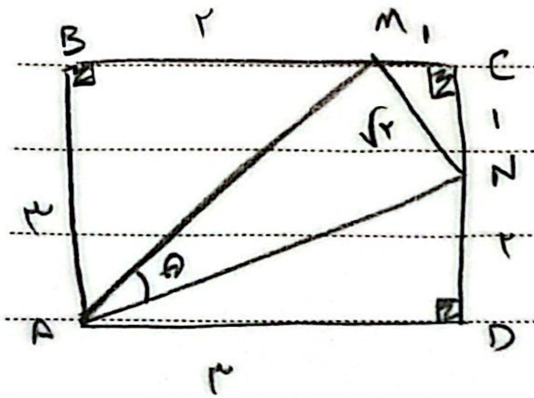
$$\longrightarrow ۳+۴=AC^۲ \longrightarrow AC=\sqrt{۷} \longrightarrow \sin\hat{C}=\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}}\times\frac{\sqrt{۷}}{\sqrt{۷}}=\frac{\sqrt{۲۱}}{۷}$$

و $\cos\hat{C}=\frac{۲}{\sqrt{۷}}\times\frac{\sqrt{۷}}{\sqrt{۷}}=\frac{۲\sqrt{۷}}{۷} \longrightarrow \sin۲\hat{C}=۲\sin\hat{C}\cos\hat{C}$

۲

$$\Rightarrow \sin۲\hat{C}=۲\left(\frac{۲\sqrt{۷}}{۷}\right)\left(\frac{\sqrt{۲۱}}{۷}\right)=\frac{۲۸\sqrt{۳}}{۴۹}=\boxed{\frac{۴\sqrt{۳}}{۷}}$$ ✓

۱۰



$\longrightarrow MN^۲ = MC^۲ + NC^۲ \Longrightarrow MN^۲ = ۱+۱ \Longrightarrow MN = \sqrt{۲}$

$\longrightarrow AM^۲ = AB^۲ + MB^۲ \longrightarrow AM^۲ = ۹+۴ \longrightarrow AM = \sqrt{۱۳}$

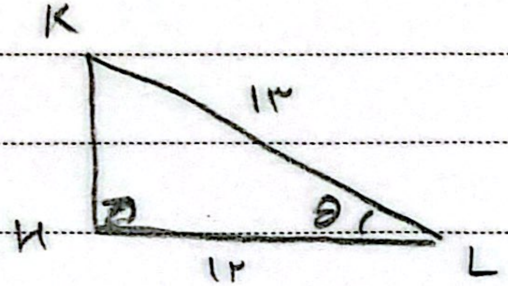
$AN^۲ = ND^۲ + AD^۲ \longrightarrow AN^۲ = ۴ + ۹ \longrightarrow AN = \sqrt{۱۳}$

۲

طبق قضیه کسینوس ها

$MN^۲ = AM^۲ + AN^۲ - ۲AM.AN.\,Cos\theta \longrightarrow ۲ = ۱۳ + ۱۳ - ۲(۱۳)\,Cos\,\theta$

$۲ = ۲۶ - ۲۶\,Cos\,\theta \longrightarrow ۲۶Cos\,\theta = ۲۴ \longrightarrow Cos\theta = \frac{۲۴}{۲۶} = \frac{۱۲}{۱۳}$ ✓



$\longrightarrow KH^۲ + LH^۲ = KL^۲ \longrightarrow KH^۲ + ۱۴۴ = ۱۶۹ \longrightarrow KH^۲ = ۲۵$

$\longrightarrow KH = ۵ \longrightarrow Sin\,\theta = \frac{KH}{KL} = \boxed{\frac{۵}{۱۳}}$ ✓

(۲)

$OP = OP =$ شعاع دایره مثلثاتی $= ۱$

$$PP' = \sqrt{۱^۲ + ۱^۲ - (۱)(۱) \times \frac{۱}{۲} (\cos ۱۵۰^\circ)} = \sqrt{۲ + \sqrt{۳}}$$

محیط $= ۱ + ۱ + \sqrt{۲ + \sqrt{۳}}$