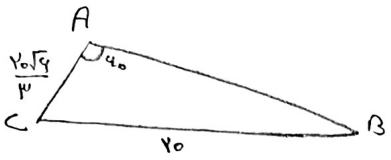
امین جلالی



(۱) $\Rightarrow \frac{۲۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{\frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \frac{۱۰\sqrt{۲}}{\frac{۲۰\sqrt{۶}\times\sqrt{۳}}{۶\times۱۶}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \hat{B} = ۴۵°$

$\Rightarrow \hat{C} = ۱۱۰ - ۴۵ = \boxed{۷۵°}$

(۲) $\frac{۲\sqrt{۲}}{\sin ۴۵°} = \frac{AC}{\sin ۹۰} \Rightarrow \frac{۱۲\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = \frac{AC}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow AC = \frac{\sqrt{۱۳}\times۲\sqrt{۲}\times۲}{۲\sqrt{۲}} = \boxed{۲\sqrt{۳}}$

$\Rightarrow \sin ۹۰ = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \frac{x}{AC} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \frac{x}{۲\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \boxed{x = ۳}$

(۳) $\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}}$

$\Rightarrow (b^۲-۲)\frac{۱}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} \Rightarrow b^۲ - ۲ = b \Rightarrow b^۲ - b - ۲ = ۰ \rightarrow \boxed{b = ۲}$ ✓

$\frac{b}{\sin\hat{B}}$

$b = -۱ \rightarrow$ غیرقابل قبول

(۴) $۱۳^۲ = ۲۰^۲ + ۲۱^۲ - ۲(۴۲۰)\cos B \Rightarrow ۱۶۹ = ۴۰۰ + ۴۴۱ - ۸۴۰\cos B$

$\Rightarrow -۹۷۲ = -۸۴۰\cos B \Rightarrow \cos B = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow \underbrace{\sin^۲ B + \cos^۲ B}_{\frac{۶۴}{۱۰۰}} = ۱ \Rightarrow \boxed{\sin B = \frac{۶}{۱۰}}$

(۵) الف) $a = \sqrt{(۲+۲\sqrt{۳})^۲ + ۱۶ - ۱۶(۱+\sqrt{۳})} = \sqrt{۴۸} = \boxed{۴\sqrt{۳}}$

ب) $\Rightarrow a = ۲\sqrt{۶} \Rightarrow \frac{۱۲\sqrt{۶}}{\sin ۶۰} = \frac{b}{\sin\hat{B}} \Rightarrow \sin B = \frac{۶\sqrt{۳}}{۱۲\sqrt{۶}} = \sqrt{\frac{۳}{۶}} = \sqrt{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\Rightarrow \hat{B} = \boxed{۴۵°}$ و $\hat{C} = ۱۸۰ - ۱۰۵ = \boxed{۷۵°}$

(۶) $۴ = ۱ + ۴ - ۲(۱)(۴)\cos\alpha \Rightarrow \boxed{\cos\alpha = \frac{۱}{۴}}$

روش برداری $\Rightarrow DE = \sqrt{\underbrace{۱۶+۳۶}_{۵۲} - \underbrace{۲(۸)(۹)(\frac{۱}{۴})}_{۱۲}}$ $\quad DE = \sqrt{۴۰} \rightarrow \boxed{۲\sqrt{۱۰}}$

(۷) الف) $BC = \sqrt{\underbrace{۹۴+۲۵}_{۸۹} - \underbrace{۲(۸)(۵)\frac{۱}{۲}}_{۴۰}} = \sqrt{۴۹} = \boxed{۷}$

ب) $\Rightarrow S_{A\hat{B}C} = \frac{۱}{۲}\times ۸\times ۵\times \sin ۶۰ \Rightarrow \frac{۲۰\sqrt{۳}}{۲} = \boxed{۱۰\sqrt{۳}}$

(۸) $\frac{b^۲+c^۲+۲bc-a^۲}{bc(\cos A+۱)}$ صورت را تجزیه می‌کنیم $\Rightarrow \frac{b^۲+c^۲+۲bc-a^۲-۲bc\cos A-۲bc}{bc\cos A+bc}$

$\frac{a^۲-a^۲+۲bc-۲bc}{bc\cos A+bc} = \boxed{۰}$

(۹) $a^۳+b^۳-c^۳ = a^۳+a^۲b-a^۲c \Rightarrow (b-c)(b^۲+c^۲+bc) = a^۲(b-c) \Rightarrow$

$b^۲+c^۲+bc = a^۲ \Longrightarrow$ طرفین ضرب ۲- از بین رفته پس $\cos\hat{A}$ قطعاً $-\frac{۱}{۲}$ بوده

$\Longrightarrow \cos\hat{A} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \hat{A} = ۱۲۰^\circ$

(۱۰) $\frac{S}{۲} = \frac{۱}{۲}(۳-\cos\theta)(۱+۳\cos\theta)\underbrace{\sin ۳۰}_{\frac{۱}{۲}} \Longrightarrow ۸ = (\overbrace{۳-x}^{۲})(\overbrace{۱+۳x}^{۲}) \Rightarrow ۳x^۲-۸x+۵=۰$

$\underbrace{۳+۹x-x-۳x^۲}_{-۳x^۲+۸x+۳}$

$\Rightarrow \boxed{x=۱}$

$\boxed{x=\frac{۵}{۳}}$ غیرقابل‌قبول

$\Longrightarrow a = \sqrt{۴+۱۶-۲(۲)(۴)\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow \sqrt{۲۰-۸\sqrt{۳}} \Rightarrow \boxed{۲\sqrt{۵-۲\sqrt{۳}}}$