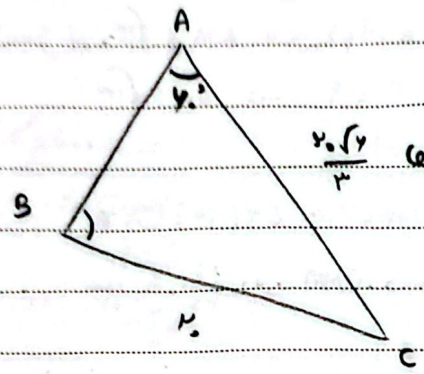
Year Month Day Subject

۱۹ آفرین

«بنام خدا»

کیوان سکارم نسب

تکلیف شماره ۱۳

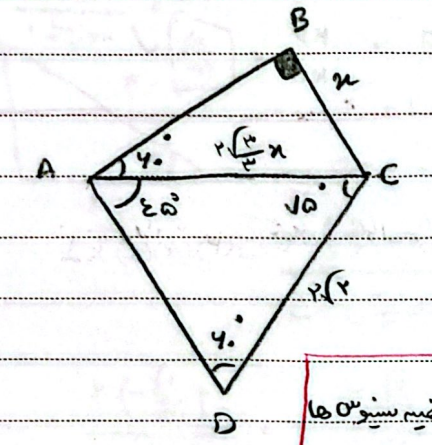


$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ \longrightarrow \hat{A}=60^\circ$ (۱)

قضیه سینوس‌ها $\frac{BC}{\sin\hat{A}}=\frac{AC}{\sin\hat{B}} \rightarrow \frac{20}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\frac{20\sqrt{2}}{3}}{\sin\hat{B}}$ (۲)

$\rightarrow \frac{20\times 2}{\sqrt{3}}=\frac{20\sqrt{2}}{3\sin\hat{B}} \rightarrow \sin\hat{B}=\frac{3\sqrt{2}}{2} \rightarrow \sin\hat{B}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\hat{B}=45^\circ$ ✓ $\hat{C}=120-45=75^\circ$ ✓



(۲)

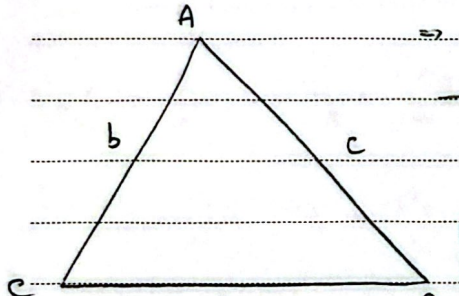
$\hat{A}=180-(75+60)=45^\circ$ ، $AC=2\sqrt{3}x$

قضیه سینوس‌ها $\rightarrow \frac{2\sqrt{3}x}{\sin 120^\circ}=\frac{2\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}$ (۲)

$\rightarrow \frac{2\sqrt{3}x\times\sqrt{2}}{3\times\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{x=3}$ ✓

(۳)

قضیه سینوس‌ها $\Rightarrow \frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}} \rightarrow \frac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{b}$ (۲)



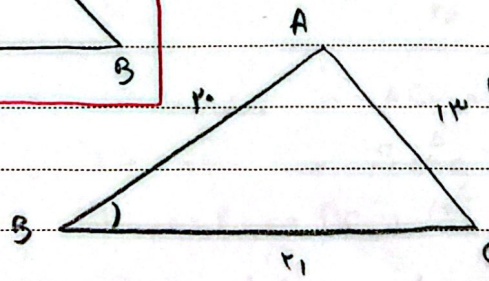
$\Rightarrow (b^2-2)\left(\frac{c}{b}\right)=c \rightsquigarrow b^2-2=b \rightarrow b^2-b-2=0$

$\rightarrow (b+1)(b-2)=0$

$b=-1$ ✗ غیرقابل قبول

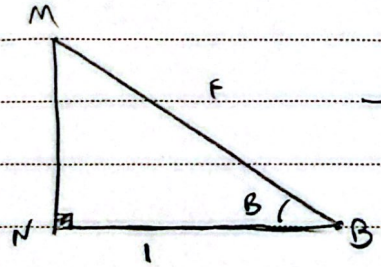
$b=2$ ✓ قابل قبول (۱)

(۴) ۱٫۲۵



قضیه کسینوس‌ها $\Rightarrow 13^2=20^2+21^2-2(21)(x)\cos\hat{B}$

$\rightarrow 169=400+441-840\cos\hat{B} \rightarrow 840\cos\hat{B}=-672 \rightarrow \cos\hat{B}=-\frac{4}{5}$



$\rightarrow MN^2=MB^2-NB^2 \rightarrow MN^2=16-1=15 \rightarrow MN=\sqrt{15}$

$\rightsquigarrow \sin\hat{B}=\frac{\sqrt{15}}{4}$ ✓

۵) الف) قضیه کسینوس‌ها: $BC^2 = 8 + 12 + 8\sqrt{3} + 12 - (4)(2+2\sqrt{3})(\frac{1}{2})$

$\rightarrow BC^2 = 32 + 8\sqrt{3} - (8 + 8\sqrt{3})$

$\rightarrow BC^2 = 32 + 8\sqrt{3} - 8 - 8\sqrt{3} \rightarrow BC^2 = 24 \rightarrow BC = \sqrt{24}$

$\rightarrow a = BC = 2\sqrt{6}$ ✓

ب) قضیه سینوس‌ها: $\frac{2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\sin\hat{B}} \rightarrow \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sin\hat{B}} \rightarrow \sin\hat{B} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\rightarrow \hat{B} = 45^\circ$ ✓ $\quad \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \rightarrow 60^\circ + 45^\circ + \hat{C} = 180^\circ \rightarrow \hat{C} = 75^\circ$ ✓

۶) قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC: $4 = 1 + 4 - (2)(1)(2)\cos\alpha$

$\rightarrow 4\cos\alpha = 1 \rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{4}$

قضیه کسینوس‌ها در Δ: $DE^2 = 16 + 36 - (2)(4)(6)\times\frac{1}{4}$

مثلث ADE: $DE^2 = 5^2 - 12 = 40$

$\Rightarrow DE = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ ✓

۷) الف) $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ و طبق قضیه کسینوس‌ها: $BC^2 = 25 + 64 - (2)(5)(8)\frac{1}{2}$

$\Rightarrow BC^2 = 89 - 40 = 49 \rightarrow BC = \sqrt{49} = 7$ ✓

ب) $S = \frac{1}{2} AC \cdot AB \cdot \sin 60^\circ \rightarrow S = \frac{1}{2}\times 5 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$ ✓

۸) $\frac{(b+c)^2 - a^2}{bc(\cos\hat{A}+1)} = \frac{b^2+c^2+2bc-a^2}{bc\cos\hat{A}+bc} = \frac{b^2+c^2+2bc-b^2-c^2+2bc\cos\hat{A}}{bc\cos\hat{A}+bc}$

می‌دانیم: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$ $\Rightarrow \frac{2bc(1+\cos\hat{A})}{bc(\cos\hat{A}+1)} = 2$ ✓

۹) $\frac{a^3+b^3-c^3}{a+b-c} = a^2$ طرفین وسطین $\rightarrow a^3 + b^3 - c^3 = a^3 + a^2b - a^2c \rightarrow b^3 - c^3 = a^2b - a^2c$

ابتدا و انتها خارجی و داخلی $\rightarrow (b-c)(b^2+bc+c^2) = a^2(b-c)$

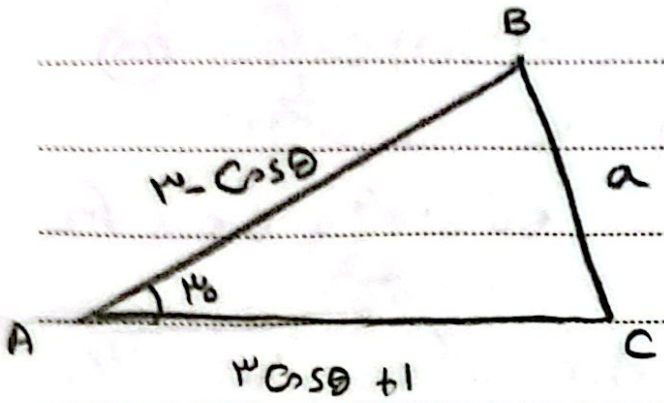
$\rightarrow b^2 + bc + c^2 = a^2$ می‌دانیم

$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A} \rightarrow bc = -2bc\cos\hat{A}$

$\therefore \cos\hat{A} = -\frac{1}{2}$ ✓

$\hat{A} < 120^\circ$

Year Month Day Subject:



a S=۲

$\hookrightarrow S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 30^\circ$

$\Rightarrow ۲ = \frac{1}{۲} \times (۳ - \cos\theta)(۳\cos\theta + ۱) \times \frac{1}{۲}$

۱۲
۱,۷۵

$\Rightarrow ۸ = ۹\cos\theta + ۳ - ۳\cos^۲\theta - \cos\theta \hookrightarrow ۳\cos^۲\theta - ۸\cos\theta + ۵ = ۰$

جمع ضرایب ۰ است

$\cos\theta = +۱ \rightarrow AB = ۲ ,\ AC = ۴$ ✓

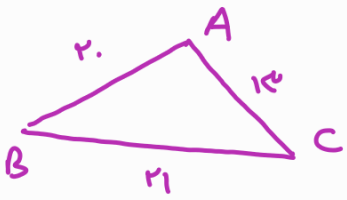
$\cos\theta = \frac{۵}{۳}$ ← چون $\cos\theta$ باید دوباره [۱ و ۱-] باشد، این جواب غیرقابل قبول است.

$\cos\theta = ۱$ اما $\cos ۶۰^\circ = \frac{۱}{۲}$ که یک نسبت ۱۱ ✓

قضیه کسینوس‌ها $\Rightarrow a^۲ = ۴ + ۱۶ - (۲)(۴)(۲)(۱) \hookrightarrow a^۲ = ۲۰ - ۱۶ = ۴ \rightarrow a^۲ = ۴$

$a^۲ = ۴ + ۱۶ - ۲(۴)(۲)(\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = ۲۰ - ۱۶\sqrt{۳}$

سوال ۴



قضیه کسینوس‌ها ← $۱۴^۲ = (۲۰)^۲ + (۲۱)^۲ - ۲(۲۰)(۲۱)(\cos B)$

$۱۹۶ = ۴۰۰ + ۴۴۱ - ۸۴۰\cos\hat{B} \rightarrow \cos B = \frac{۴}{۵}$

$\sin B = \sqrt{۱ - (\frac{۴}{۵})^۲} = |\frac{۳}{۵}| \rightarrow$ زاویه حاده است $\rightarrow \frac{۳}{۵}$