به نام خدا

ماهان نژادکرد — دوازدهم ریاضی B — تکلیف ۱۳

۲۰ آفرین

۱-

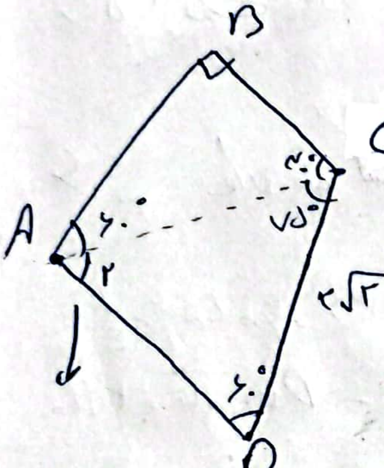
$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ$, $A=60^\circ$ ⟹ $\hat{B}+\hat{C}=120^\circ$

طبق قضیه سینوس ها: $\frac{BC}{\sin \hat{A}}=\frac{AC}{\sin \hat{B}}=\frac{AB}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{20}{\sin 60}=\frac{\frac{20\sqrt{6}}{3}}{\sin \hat{B}}=\frac{AB}{\sin \hat{C}}=\frac{20}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{40}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \sin \hat{B}=\frac{\frac{20\sqrt{6}}{3}}{\frac{40\sqrt{3}}{3}}=\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} B=45^\circ \\ B=135^\circ \end{cases}$ → غ ق ق $(135+60>180!)$

$\hat{B}+\hat{C}=120^\circ$, $\hat{B}=45^\circ$ ⟹ $C=120^\circ-45^\circ=75^\circ$

۲-



مطابق قضیه سینوس ها داریم: $\frac{CD}{\sin A_2}=\frac{AC}{D}$

$\Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4 \Rightarrow AC=2\sqrt{3}$

$BC=x=AC\sin A_1=AC\sin 60=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3$

$A_2=180-60-75=45^\circ$

۳-

$(b^2-2)\frac{\sin \hat{C}}{\sin \hat{B}}=c$

طبق قضیه سینوس ها داریم: $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{\sin C}{\sin B}=\frac{c}{b}$

$\Rightarrow (b^2-2)\frac{c}{b}=c \Rightarrow \frac{b^2-2}{b}=1 \Rightarrow b^2-b-2=0 \Rightarrow \begin{cases} b=-1 & \text{غ ق ق} \\ b=2 \end{cases}$

۴-

$AC^2=BC^2+AB^2-2AB\cdot BC\cos \hat{B}$

$\Rightarrow 13^2=20^2+21^2-2\times 20\times 21\cos B \Rightarrow 2\times 20\times 21\cos B=672$

$\Rightarrow \cos B=0.8 \Rightarrow \sin B=\pm\sqrt{1-\cos^2 B}=\pm 0.6 \Rightarrow \sin B=0.6$

غ ق ق در بازه صفر تا ۱۸۰ است

۶-

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ ②

$\Rightarrow a^2 = 16 + 4(2+\sqrt{3}) - 8(1+\sqrt{3})\cos 60$

$a^2 = 16 + 16 + 8\sqrt{3} - 4 - 4\sqrt{3} = 32 \Rightarrow a = 4\sqrt{2}$ تقریبی

ب) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\sin B} = \frac{2(1+\sqrt{3})}{\sin C}$

$\Rightarrow 4\sqrt{2} = \frac{4}{\sin B} = \frac{2(1+\sqrt{3})}{\sin C}$ $\rightarrow \sin\hat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$ $\hat{B} = 45^\circ$ ✓ یا $\hat{B} = 135^\circ$ تقریبی

$\sin C = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4} \Rightarrow$ $\hat{C} = 75^\circ$ ✓ یا $\hat{C} = 105^\circ$ تقریبی

$A+B+C = 180^\circ$, $A = 60^\circ$, $B = 45^\circ$ $\Rightarrow C = 180 - 60 - 45 = 75^\circ$

راه دوم به دست آوردن $\hat{C}$:

ج) ② محاسبه کسینوس A:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC\cos A$

$\Rightarrow 4 = 1 + 4 - 4\cos A \rightarrow \cos A = \frac{1}{4}$

$DE^2 = AD^2 + AE^2 - 2AE.AD\cos A \rightarrow DE^2 = 16 + 25 - 20 \times 2 \times \frac{1}{4}$

$DE^2 = 36 \rightarrow DE = \sqrt{36} = 6\sqrt{10}$

۷- الف) $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC\cos A$ ②

$\Rightarrow BC^2 = 25 + 64 - 80 \times \frac{1}{2} = 49$

$\Rightarrow BC = 7$

ب) $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin A = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$ ②

۸- $\frac{(b+c)^2 - a^2}{bc(\cos\hat{A}+1)} = \frac{b^2+c^2+2bc - (b^2+c^2-2bc\cos A)}{bc(\cos\hat{A}+1)} = \frac{2bc(\cos\hat{A}+1)}{bc(\cos\hat{A}+1)} = 2$ ②

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$\frac{a^2+b^2-c^2}{a+b-c} = a^2 \rightarrow a^2 + b^2 - c^2 = a^2 + ab - ac$

۹- ② $\rightarrow b^2 - c^2 = a(b-c) \Rightarrow (b-c)(b^2+c^2+bc) \rightarrow a^2 = b^2+c^2+bc \Rightarrow b^2+c^2-2bc\cos\hat{A} = b^2+c^2+bc$

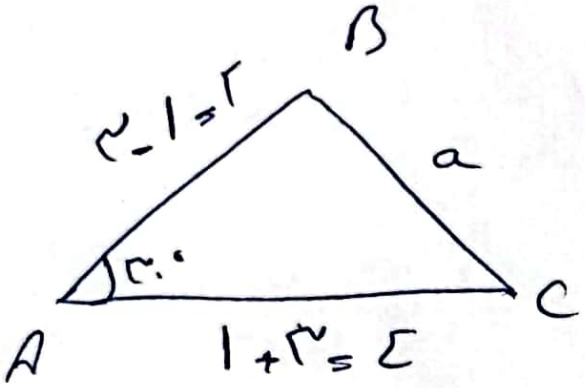
$\Rightarrow \cos\hat{A} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ \rightarrow$ روبه‌روبه ضلع a برابر $-\frac{1}{2}$ است و کسینوس زاویه‌روبه‌رو به a

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cos\hat{A} = \frac{1}{2}(2\cos\theta)(1+2\cos\theta)\cdot\frac{1}{2} \quad -10$$

$$= \frac{1}{2}(-2\cos^2\theta + \cos\theta + 2) = 2$$

$$\Rightarrow -2\cos^2\theta + \cos\theta - \delta = 0 \xrightarrow{a+b+c} \boxed{\cos\theta = 1}$$

$$\cos\theta = \frac{c}{a} + \frac{\delta}{2}\sqrt{6}i$$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos 30^\circ = 16 + 9 - 2\cdot 4\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 25 - 12\sqrt{3}$$