به نام خدا
سامان نژادکرد

دوازدهم پسر B

تکلیف ۱۳

۱-

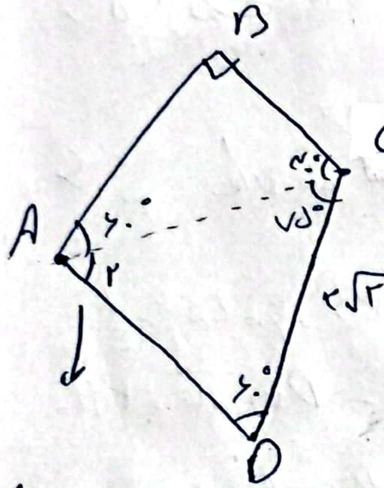
$$\left.\begin{matrix}\hat A+\hat B+\hat C=180^\circ \\ \hat B+\hat C=120^\circ\end{matrix}\right\} A=60^\circ$$

طبق قضیه سینوس ها: $\frac{BC}{\sin\hat A}=\frac{AC}{\sin\hat B}=\frac{AB}{\sin\hat C} \Rightarrow \frac{30}{\sin 60}=\frac{\frac{30\sqrt6}{3}}{\sin\hat B}=\frac{AB}{\sin\hat C}=\frac{30}{\frac{\sqrt3}{2}}=\frac{60\sqrt3}{3}$

$$\Rightarrow \sin\hat B=\frac{\frac{30\sqrt6}{3}}{\frac{60\sqrt3}{3}}=\frac{\sqrt2}{2} \Rightarrow \begin{cases}\boxed{B=45^\circ} \\ B=135^\circ \to \text{غ ق ق} \ (135+60>180!)\end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix}\hat B+\hat C=120^\circ \\ \hat B=45^\circ\end{matrix}\right\} C=120^\circ-45^\circ=\boxed{75^\circ}$$

۲-



$A_2=180-60-75=45^\circ$

مطابق قضیه سینوس ها داریم: $\frac{CD}{\sin A_2}=\frac{AC}{D}$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt2}{\frac{\sqrt2}{2}}=\frac{AC}{\frac{\sqrt3}{2}}=4 \Rightarrow AC=2\sqrt3$$

$$BC=x=AC\sin A_1=AC\sin 60=2\sqrt3\times\frac{\sqrt3}{2}=3$$

۳-

$$\left.\begin{matrix}(b^2-2)\frac{\sin\hat C}{\sin\hat B}=c \\ \frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{\sin\hat C}{\sin B}=\frac{c}{b}\end{matrix}\right|$$

طبق قضیه سینوس ها داریم

$$\Rightarrow (b^2-2)\frac{c}{b}=c \Rightarrow \frac{b^2-2}{b}=1 \Rightarrow b^2-b-2=0 \Rightarrow \begin{cases} b=-1 \ \text{غ ق ق} \\ \boxed{b=2}\end{cases}$$

۴-

$$AC^2=BC^2+AB^2-2AB\cdot BC\cos\hat B$$

$$\Rightarrow 13^2=10^2+21^2-2\times10\times21\cos B \Rightarrow 2\times10\times21\cos B=372$$

$$\Rightarrow \cos B=0.8 \Rightarrow \sin B=\pm\sqrt{1-\cos^2 B}=\pm0.6 \Rightarrow \boxed{\sin B=0.6}$$

غ ق ق در بازه گفته ۱۸۰ است

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ — ۵

$\Rightarrow a^2 = 16 + 4(4+2\sqrt{3}) - 16(1+\sqrt{3})\cos 60$

$a^2 = 16 + 16 + 8\sqrt{3} - 8 - 8\sqrt{3} = 24 \Rightarrow a = \pm 2\sqrt{6}$

غ ق ق

ب) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\sin B} = \frac{2(1+\sqrt{3})}{\sin C}$

$\Rightarrow 4\sqrt{2} = \frac{4}{\sin B} = \frac{2(1+\sqrt{3})}{\sin C} \Rightarrow \sin\hat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{B = 45} \checkmark \\ B = 135 \text{ غ ق ق} \end{cases}$

$\sin C = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{C = 75} \checkmark \\ C = 105 \text{ غ ق ق} \end{cases}$

راه ۲) بدست آوردن $\hat{C}$:

$\left.\begin{array}{l} A + B + C = 180^\circ \\ A = 60^\circ, B = 45^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow C = 180 - 60 - 45 = 75^\circ$

۶ - طبق قضیه کسینوس ها:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC\cos A$

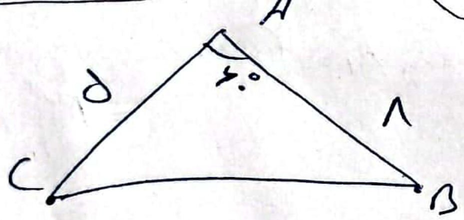
$\Rightarrow 4 = 1 + 4 - 4\cos A \Rightarrow \cos A = \frac{1}{4}$

$DE^2 = AD^2 + AE^2 - 2AE.AD\cos A \Rightarrow DE^2 = 16 + 36 - 2\times4\times6\times\frac{1}{4}$

$DE^2 = 40 \Rightarrow DE = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

---

۷ - الف)



$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC\cos A$

$\Rightarrow BC^2 = 64 + 25 - 80\times\frac{1}{2} = 49$

$\Rightarrow \boxed{BC = 7}$

ب) $S = \frac{1}{2}AB\times AC\sin A = \frac{1}{2}\times8\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$

۸ - $\frac{(b+c)^2 - a^2}{bc(\cos\hat{A}+1)} = \frac{b^2+c^2+2bc-(b^2+c^2-2bc\cos A)}{bc(\cos\hat{A}+1)} = \frac{2bc(\cos\hat{A}+1)}{bc(\cos\hat{A}+1)} = 2$

۹ -

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$\frac{a^3+b^3-c^3}{a+b-c} = a^2 \Rightarrow a^3 + b^3 - c^3 = a^3 + a^2b - a^2c$

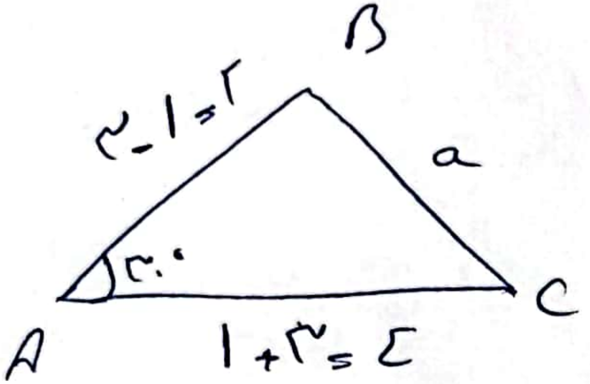
$\Rightarrow b^3 - c^3 = a^2(b-c) = (b-c)(b^2+c^2+bc) \Rightarrow a^2 = b^2+c^2+bc = b^2+c^2-2bc\cos\hat{A}$

در مورد ضلع a $\Leftarrow \hat{A} = 120^\circ \Leftarrow \cos\hat{A} = -\frac{1}{2} \Leftarrow$ و کسینوس زاویه روبه رو به a برابر $-\frac{1}{2}$ است

$$S = \frac{۱}{۲} AB \times AC \cos \hat{A} = \frac{۱}{۲} \times (۳ - \cos\theta)(۱ + ۳\cos\theta) \times \frac{۱}{۲}$$ -۱۰

$$= \frac{۱}{۴}(-۳\cos^۲\theta + ۸\cos\theta + ۳) = ۲$$

$$\Rightarrow -۳\cos^۲\theta + ۸\cos\theta - ۵ = ۰ \xrightarrow{a+b+c=۰} \begin{cases} \boxed{\cos\theta = ۱} \\ \cos\theta = \frac{c}{a} = \frac{۵}{۳} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$



$$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos ۶۰^\circ = ۱۶ + ۴ - ۲ \times ۴ \times ۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \underline{۲۰ - ۸\sqrt{۳}}$$