نام و نام خانوادگی ....امیر محمد ابوطالبی........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

۱۷/۵

۱

$BT = \tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cot\alpha$ — OT و OA شعاع‌های دایره هستند و طول آنها یک است.

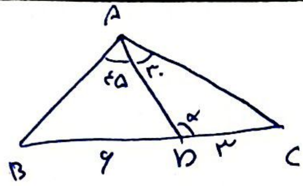
$OB^2 = OT^2 + BT^2 \rightarrow OB^2 = 1^2 + \cot^2\alpha \rightarrow OB^2 = 1 + \cot^2\alpha$

$OB^2 = \frac{1}{\sin^2\alpha} \rightarrow OB = \frac{1}{|\sin\alpha|} \xrightarrow{\text{حاده } \alpha} OB = \frac{1}{\sin\alpha}$

$\therefore AB + 1 = \frac{1}{\sin\alpha} \rightarrow AB = \frac{1}{\sin\alpha} - 1$ یا $\frac{1 - \sin\alpha}{\sin\alpha}$

۰/۵

۲



طبق قانون sin ها:

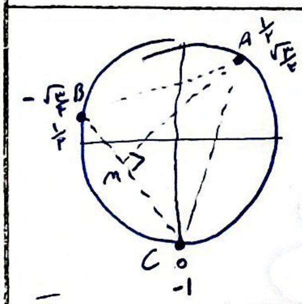
$\frac{DC}{\sin 30^\circ} = \frac{AC}{\sin\alpha} \rightarrow \frac{3}{\frac{1}{2}} = \frac{AC}{\sin\alpha}$

$\frac{BD}{\sin 45^\circ} = \frac{AB}{\sin(\pi - \alpha)} \rightarrow \frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{AB}{\sin\alpha}$

$\frac{\frac{AB}{\sin\alpha}}{\frac{AC}{\sin\alpha}} = \frac{AB}{AC} = \frac{6\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2}$

۲

۳



معادله خط BC: $\frac{\frac{1}{2} + 1}{-\frac{\sqrt{3}}{2} - 0} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\sqrt{3}$ $\quad y = -\sqrt{3}x - 1$

۱) معادله خط AM ، بین ۲ خط عمود ترتیب و معکوس یکدیگرند

$S = \frac{1}{2}|x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$

$S = \frac{1}{2}|\frac{1}{2}(\frac{1}{2} - (-1)) + -\frac{\sqrt{3}}{2}(-1 - \frac{\sqrt{3}}{2}) + 0| = \frac{1}{2}|\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{4}| = \boxed{\frac{3 + \sqrt{3}}{4}}$

۲

۲) فاصله ۲ نقطه از هم: $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

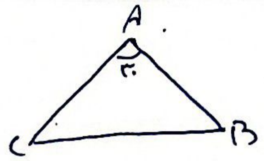
$AB = \sqrt{(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2})^2} = \sqrt{2}$

$AC = \sqrt{(\frac{1}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2} + 1)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{7 + 4\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{\frac{8 + 4\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$

$BC = \sqrt{(-\frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (\frac{3}{2})^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{3}$

$P = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}$

۴



$S = \frac{1}{2} AC \times AB \times \sin 30^\circ \rightarrow \frac{1}{2} \times \log_3 16 \times \log_2 27 \times \frac{1}{2}$

$\rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{\log 16}{\log 3} \times \frac{\log 27}{\log 2} \rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{4\cancel{\log 2}}{\cancel{\log 3}} \times \frac{3\cancel{\log 3}}{\cancel{\log 2}}$

$\boxed{S = 3}$

۲

۵)

$2x^4 - x^2 - \sin^2\alpha\,(2\sin^2\alpha - 1) = 1$

$\sin^2 = (1 - \cos^2)$ $\quad$ $\cancel{2\sin^2 - \sin^2 - \cos^2}$ $\quad$ $\sin^2 - \cos^2$

$2\cos^4\alpha - \cos^2\alpha - (1 - \cos^2\alpha)(2(1 - \cos^2\alpha) - 1) = 1$

$2\cos^4\alpha - \cos^2\alpha - (1 - \cos^2\alpha)(1 - 2\cos^2\alpha) = 1 \rightarrow$

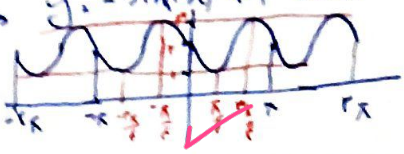
$\rightarrow \cancel{2\cos^4\alpha} - \cos^2\alpha - 1 + \cancel{3\cos^2\alpha} - \cancel{2\cos^4\alpha} = 1 \rightarrow 2\cos^2\alpha - 1 = 1$

$\boxed{\cos\alpha = \pm 1} \rightarrow \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha \rightarrow \boxed{\sin 2\alpha = 0}$ $\quad 2\cos^2\alpha$

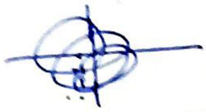
$\boxed{\sin\alpha = 0}$

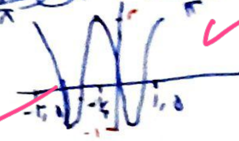
۲

الف) $y=-۲\sin x\cos x+۲ \longrightarrow y=-\sin(۲x)+۲ \longrightarrow T=\frac{۲\pi}{۲}=\pi$



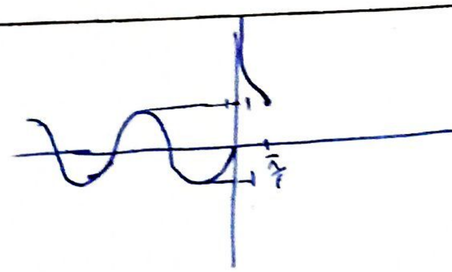
ب) $۲\cos(x+\frac{۱}{۲})\pi+۱ \longrightarrow ۲\cos(\pi x+\frac{\pi}{۲})+۱$ $\quad T=\frac{۲\pi}{\pi}=۲$





۲ ۶

$f(x)=\begin{cases}\cot x & ۰<x<\frac{\pi}{۲}\\ \sin x & x\le ۰\end{cases}$



$R_f=[-۱,+\infty)$

۲ ۷

$f(x)=a+\underbrace{\underbrace{b\sin(cx)\cos(cx)}_{\frac{b}{۲}\sin(۲cx)}\cos(۲cx)}_{\frac{b}{۴}\sin(۴cx)}=a+\frac{b}{۴}\sin(۴cx)$

$T=\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۱۰}=\frac{۵\pi}{۱۰}-\frac{\pi}{۱۰}=\frac{۴\pi}{۱۰} \longrightarrow \frac{۴\pi}{۱۰}=\frac{۲\pi}{۴c} \rightsquigarrow \frac{۴\pi}{۱۰}=\frac{\pi}{۲c} \rightarrow \boxed{c=\frac{۱۰}{۸}}$ ۲ ۸

$a+\frac{b}{۴}=۴$

$a-\frac{b}{۴}=۰ \rightsquigarrow \boxed{a=۲},\ \boxed{b=۸} \rightsquigarrow \frac{۸\times\frac{۱۰}{۸}}{۲}=۵$

$\frac{۲\pi}{b}=\pi \rightsquigarrow \boxed{b=۲}$

$a+c=۲$

$-a+c=-۴ \rightsquigarrow \boxed{c=-۱},\ \boxed{a=۳} \rightsquigarrow \boxed{a=-۳} \rightsquigarrow$ نمودار قرینه است

۲ ۹

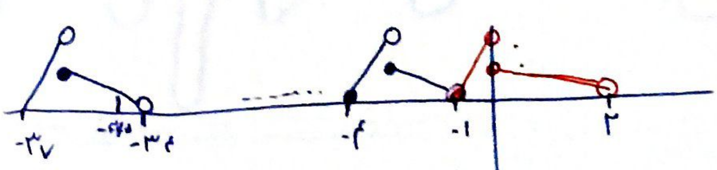
$-۳\cos۲\alpha-۱=۰ \rightsquigarrow \cos۲\alpha=-\frac{۱}{۳} \rightsquigarrow \sin۲\alpha=\frac{\sqrt{۸}}{۳} \rightsquigarrow \frac{\sin۲\alpha}{\cos۲\alpha}=\frac{\frac{\sqrt{۸}}{۳}}{-\frac{۱}{۳}}\ |-۲\sqrt{۲}|=۲\sqrt{۲}$

۱,۵

$\begin{matrix}۲ & ۵\\ ۵ & ۱\end{matrix} \rightarrow -\frac{۱}{۲}$ ۱۰

صفر تا ۲ → شیب خط $\longrightarrow$

$y=-\frac{۱}{۲}x+۱$



$y=-\frac{۱}{۲}\times(-۳۴,۵)+۱=\boxed{۱۸,۲۵}$

۱۰

$$f(-۳۴/۵) = f(-۳۶ + ۱/۵) = f(۳(-۱۲) + ۱/۵) = f(۱/۵)$$

$$f(x)\begin{cases} -\frac{۱}{۲}x + ۱ & ; \; ۰ \leq x \leq ۲ \\ ۲x + ۲ & ; \; -۱ \leq x < ۰ \end{cases} \longrightarrow f(۱/۵) = -\frac{۱}{۲}\left(\frac{۳}{۲}\right) + ۱ = \frac{۱}{۴}$$