شماره ۱۵

رادمهر حقی

Date ______ Subject ______

۱) $f(x)=\tan(-2x+\frac{\pi}{4}) \longrightarrow B\begin{vmatrix}0\\1\end{vmatrix} \to h=1 \qquad -2x+\frac{\pi}{4} \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

$\longrightarrow x \in (-\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}) \longrightarrow A\begin{vmatrix}-\frac{\pi}{8}\\0\end{vmatrix}, \quad C\begin{vmatrix}\frac{3\pi}{8}\\0\end{vmatrix}$

$\longrightarrow S=\frac{ah}{2}=\frac{\frac{4\pi}{8}\times 1}{2}=\frac{\pi}{4}$

۲) $x^2-(\sin\alpha)x-\frac{1}{4}\cos^2\alpha=0$

$\xrightarrow{x=\frac{2}{3}} \frac{4}{9}-\frac{2}{3}\sin\alpha-\frac{1}{4}(1-\sin^2\alpha)=0 \Rightarrow \frac{1}{4}s^2-\frac{2}{3}s+\frac{7}{36}$

$\longrightarrow (\frac{1}{2}s-\frac{1}{6})(\frac{1}{2}s-\frac{7}{6})=0 \longrightarrow \sin\alpha=\frac{1}{3} \longrightarrow$

$\sin\alpha=\frac{7}{3}$ ✗

$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}=\frac{1}{1-\sin^2\alpha}=\frac{9}{8}$

۳) $\log(\sin\alpha)-\log(-\cos\alpha)=\log(-\tan\alpha)=\log 3 \to \tan\alpha=-3$

$\sin\alpha>0 \qquad \cos\alpha<0 \to$ ناحیه ۲

$\longrightarrow \cos\alpha=-\sqrt{\frac{1}{1+\tan^2\alpha}}=-\frac{\sqrt{10}}{10} \longrightarrow \sin\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{4\sqrt{10}}{10}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$

۴) $\frac{4}{5}=\sin^4\theta+\cos^2\theta=1+\sin^4\theta-\sin^2\theta=1-\sin^2\theta(1-\sin^2\theta)$

$=1+(1-\cos^2\theta)(\cos^2\theta)=1+\cos^4\theta-\cos^2\theta=\cos^4\theta+\sin^2\theta=\frac{4}{5}$

۵) $\frac{3\sin x+\sin x\cos x}{2(1-\cos^2 x)}=\frac{\overbrace{3+\cos x}^{>0}}{2\sin x}<0 \to \sin x<0$

$\sin x\tan x-\frac{1}{\cos x}=\frac{\sin^2 x}{\cos x}-\frac{1}{\cos x}=\frac{-\cos^2 x}{\cos x}>0 \to \cos x<0$

ناحیه ۳

(۶

$$\frac{۲}{\sin x}+\frac{۳}{\cos x}=۰ \longrightarrow \frac{۲}{\sin x}=\frac{-۳}{\cos x} \rightarrow \tan x=-\frac{۲}{۳}$$

$$\tan x+\cot x=-\frac{۲}{۳}+\left(-\frac{۳}{۲}\right)=-\frac{۱۳}{۶}$$

(۷

$$1+\sin ۵۰^\circ=\underbrace{\cos^۲ ۲۵^\circ+\sin^۲ ۲۵^\circ}_{۱}+\underbrace{۲\sin ۲۵^\circ\cos ۲۵^\circ}_{\sin ۵۰^\circ}$$

$$A=\frac{\sqrt{1+\sin ۵۰^\circ}}{\sin ۵۰^\circ+\sin ۱۰^\circ}=\frac{\sin ۲۵^\circ+\cos ۲۵^\circ}{\sin ۵۰^\circ+\sin ۱۰^\circ}=\frac{\sqrt{۲}\sin(۷۰^\circ)}{\sin ۵۰^\circ+\sin(۱۰^\circ)}$$

$$A=\frac{\sqrt{۲}\cos ۲۰^\circ}{\cos ۴۰^\circ+\cos ۸۰^\circ}=\frac{\sqrt{۲}\cos ۲۰^\circ}{\cos ۴۰^\circ+۲\cos^۲ ۴۰^\circ-۱}=\frac{\sqrt{۲}\cos ۲۰^\circ}{\underbrace{(\cos ۴۰^\circ+۱)}_{۲\cos^۲ ۲۰^\circ}\underbrace{(۲\cos ۴۰^\circ-۱)}_{۲\cos^۲ ۲۰^\circ-۱}}$$

$t=\cos ۲۰^\circ$

$$A=\frac{\sqrt{۲}}{۲t(۲(۲t^۲-۱)-۱)}=\frac{\sqrt{۲}}{۲(\underbrace{۴t^۳-۳t}_{\cos ۳\alpha=۴\cos^۳\alpha-۳\cos\alpha})}=\frac{\sqrt{۲}}{۲(\cos ۶۰^\circ)}=\sqrt{۲}$$

(۸

$$A=\underbrace{(۱-۲\sin^۲ ۵^\circ)}_{\cos ۱۰^\circ}\underbrace{(۲\cos^۲ ۱۰^\circ-۱)}_{\cos ۲۰^\circ}\underbrace{\left(\frac{۱-\tan^۲ ۲۰^\circ}{۱+\tan^۲ ۲۰^\circ}\right)}_{\cos ۴۰^\circ}=\cos ۱۰^\circ\cos ۲۰^\circ\cos ۴۰^\circ$$

$$A=\frac{۸\sin ۱۰^\circ\cos ۱۰^\circ\cos ۲۰^\circ\cos ۴۰^\circ}{۸\sin ۱۰^\circ}=\frac{\sin ۸۰^\circ}{۸\sin ۱۰^\circ}=\frac{۱}{۸}\cot(۱۰^\circ)$$

(۹

$$\underbrace{\sin\alpha}_{y}+۳\underbrace{\cos\alpha}_{x}=۲ \longrightarrow y=۲-۳x \Rightarrow y^۲=۹x^۲-۱۲x+۴ \xrightarrow[x^۲+y^۲=۱]{} ۱۰x^۲-۱۲x+۴=۱$$

$$\longrightarrow ۱۰x^۲-۱۲x=-۳$$

$$۵\cos ۲\alpha-۱۲\cos\alpha=۵(۲\cos^۲\alpha-۱)-۱۲\cos\alpha=\underbrace{۱۰x^۲-۱۲x}_{-۳}-۵=-۸$$

(۱۰

$$\cos^۲\left(\frac{\hat A}{۲}\right)=\frac{۱+\cos(\hat A)}{۲}=\frac{۱-\cos(\hat B+\hat C)}{۲}=\sin\hat B\sin\hat C$$

$$۱-(\cos\hat B\cos\hat C-\sin\hat B\sin\hat C)=۲\sin\hat B\sin\hat C \longrightarrow \cos\hat B\cos\hat C+\sin\hat B\sin\hat C=۱$$

$$\longrightarrow \cos(\hat B-\hat C)=۱ \longrightarrow \hat B-\hat C=۰ \rightarrow \hat B=\hat C=۷۲^\circ \longrightarrow \hat A=۳۶^\circ$$