۱۷

نام و نام خانوادگی ....علی مشهدی حسینی.... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۵..۱. کلاس دوازدهم ...... B

1

در این شکل tan اکیداً نزولی است پس یک منفی را از داخل tan بیرون می‌کشیم — سپس ضابطه $-\tan(2x-\frac{\pi}{4})$

حال برای نقاط مرزی می‌رویم که یعنی جواب داخل tan برابر می‌شود — $\frac{\pi}{2}$ و $-\frac{\pi}{2}$

$$2x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow 2x=\frac{3\pi}{4}\Rightarrow\boxed{x=\frac{3\pi}{8}}$$

$$2x-\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{2}\Rightarrow 2x=-\frac{\pi}{4}\Rightarrow x=-\frac{\pi}{8}$$

قاعده — اختلاف این ۲ تا $\to\frac{\pi}{2}$

ارتفاع هم اگر صفر را داخل ضابطه بگذاریم ① می‌شود

$$S_{\text{مثلث}}\Rightarrow\left|\frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{2}\right|\Rightarrow\left|\frac{\frac{\pi}{2}\times1}{2}\right|\Rightarrow\boxed{\frac{\pi}{4}}$$ — پاسخ نهایی ✓

۲

2

$$x^2-(\sin\alpha)x-\frac{1}{4}\cos^2\alpha=0\xrightarrow{x=\frac{2}{3}}\frac{4}{9}-\frac{2}{3}\sin\alpha-\frac{1}{4}\cos^2\alpha=0\to\frac{2}{3}\sin\alpha+\frac{1}{4}\cos^2\alpha=\frac{4}{9}\to$$

$$\xrightarrow{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1}\frac{2}{3}\sin\alpha+\frac{1}{4}(1-\sin^2\alpha)=\frac{4}{9}\Rightarrow\frac{2}{3}\sin\alpha+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\sin^2\alpha=\frac{4}{9}\to$$

$$\to\frac{1}{4}\sin^2\alpha-\frac{2}{3}\sin\alpha+\frac{7}{36}=0$$

$\to \sin\alpha=\boxed{\frac{1}{3}\ \text{ق.ق}}$

$\to \sin\alpha=\frac{21}{9}=\frac{7}{3}$ غ.ق.ق

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\Rightarrow\cos^2\alpha=\frac{8}{9}$

$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}\to\boxed{1+\tan^2\alpha=\frac{9}{8}}$ ← پاسخ

۲

3

با استفاده از روابط log

$$\log\sin-\log(-\cos)\Rightarrow\log 3\Rightarrow\log\frac{\sin}{-\cos}=\log 3\Rightarrow\log(-\tan)=\log 3$$

$-\tan=3\Rightarrow\tan=-3$

با استفاده از رابطه: $1+\tan^2=\frac{1}{\cos^2}$ داریم $\cos^2=\frac{1}{10}$ و $\sin^2=\frac{9}{10}$ ⟵ $\sin=\pm\frac{3}{\sqrt{10}}$ و $\cos=\pm\frac{1}{\sqrt{10}}$

از آنجا که نمی‌دانیم کدام مثبت کدام منفی است ولی می‌دانیم چون $\tan<0$ بنابراین $\sin$ و $\cos$ مختلف العلامت هستند

$$(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=1-2\sin\cos\xrightarrow{\text{مختلف العلامت}}1+2\sin\cos\Rightarrow1+\frac{6}{10}=\sqrt{\frac{16}{10}}\Rightarrow\boxed{\frac{4}{\sqrt{10}}}\to$$ پاسخ

۲

4

$$\sin^4-\sin^2+1=\frac{4}{5}\Rightarrow\sin^4-\sin^2+\frac{1}{5}=0\xrightarrow{\sin^2=t}5t^2-5t+1=0\to\Delta=25-20=5$$

جواب‌ها ← $\sin^2$ → $\frac{5+\sqrt5}{10}$ ق.ق ، $\frac{5-\sqrt5}{10}$ ق.ق

$\cos^2$ → $\frac{5-\sqrt5}{10}$ ، $\frac{5+\sqrt5}{10}$

اختلاف جواب‌ها $2\sqrt5$ یا $-2\sqrt5$ است پس جواب ۲ حالت دارد — ① $\frac{4}{5}+2\sqrt5$ ② $\frac{4}{5}-2\sqrt5$ ← پاسخ‌ها

۱

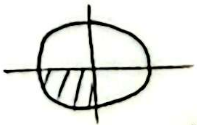
5

$$\frac{\sin(3+\cos)}{2\sin^2}<0$$

$-1\leq\cos\leq1\to(3+\cos)\to$ همیشه مثبت

$2\sin^2\to$ همیشه مثبت

$\longrightarrow\sin<0\longrightarrow$



$$\frac{\sin^2-1}{\cos}>0\quad\frac{-\cos^2}{\cos}>0\longrightarrow\cos<0$$

$-\cos^2$ → همیشه منفی

✓ ناحیه‌ی سوم ← پاسخ

۲

راه حل سوال ۴

$$\sin^4\theta+\cos^2\theta=\frac{4}{5}\to(1-\cos^2\theta)^2+\cos^2\theta=\frac{4}{5}\to\cos^4\theta-\cos^2\theta+1=\frac{4}{5}$$

$$\cos^4\theta-1+\sin^2\theta+1=\frac{4}{5}\to\cos^4\theta+\sin^2\theta=\frac{4}{5}$$

Scanned with CamScanner

$۲\cos\alpha=-۳\sin\alpha$ ⟶ یعنی $\cos\alpha$, $\sin\alpha$ مختلف العلامت هستند. ⟶ $\sin ۲\alpha<۰$

$\tan\alpha \Rightarrow \frac{-۳}{۲} \Rightarrow ۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲} \Rightarrow \cos\alpha=\frac{+۲}{-\sqrt{۱۳}}$ $\quad \sin\alpha=\pm\frac{۳}{\sqrt{۱۳}}$

$\tan+\cot \rightarrow \frac{۲}{\sin ۲\alpha} \Rightarrow \frac{\cancel{۲}}{\cancel{۲}\times\frac{-۶}{۱۳}} \Rightarrow \boxed{\frac{-۱۳}{۶}}$ → پاسخ نهایی ✓

(۲) ۶

$\frac{\sqrt{۱+\sin ۵۰}}{\sin ۵۰+\sin ۱۰}=\frac{\sqrt{۱+\cos ۴۰}}{\sin ۵۰+\sin ۱۰} , \frac{\overset{۲\cos^۲ ۲۰}{۱+\cos\cancel{۴۰}}}{\underset{\sin(۶۰-۱۰)}{\sin\cancel{۵۰}}}=\frac{۲\sqrt{۲}\cos ۲۰}{\underbrace{\sqrt{۳}\cos ۱۰+\sin ۱۰}}=$

$x\sin ۱۰+y\cos ۱۰=\frac{x}{|x|}\sqrt{x^۲+y^۲}\sin(۱۰+\alpha)\ \{\tan\alpha=\frac{y}{x}=\sqrt{۳}=\boxed{\alpha=۶۰}$ ✓

$\frac{۲\sqrt{۲}\cos ۲۰}{۲\sin(۱۰+۶۰)}=\boxed{\sqrt{۲}}$ ✓

(۲) ۷

$۱-۲\sin^۲ ۵ \Rightarrow \cos ۱۰$

$۲\cos^۲ ۲۰-۱ \Rightarrow \cos ۲۰$

$\frac{۱-\tan^۲ ۲۰}{۱+\tan^۲ ۲۰} \Rightarrow \cos ۴۰$

$\frac{\sin ۱۰\times\cos ۱۰\times\cos ۲۰\times\cos ۴۰}{\sin ۱۰} \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۸}\overset{\cos ۱۰}{\sin ۸۰}}{\sin ۱۰}$

$\frac{۱}{۸}\frac{\cos ۱۰}{\sin} \Rightarrow \boxed{\frac{۱}{۸}\cot ۱۰}$ → پاسخ ✓

(۲) ۸

$\sin\alpha=x , \cos\alpha=y \Rightarrow x+۳y=۲ , \left.\begin{matrix} x=۲-۳y \\ x^۲+y^۲=۱ \end{matrix}\right\} \Rightarrow (۲-۳y)^۲+y^۲=①$

$\left.\begin{matrix} ۹y^۲-۱۲y+۴+y^۲=۱=۱۰y^۲-۱۲y+۳=۰ \Rightarrow ۱۰y^۲-۱۲y=-۳ \\ ۵(۲\cos^۲\alpha-۱۰)-۱۲\cos\alpha = ۱۰\cos^۲\alpha-۱۲\cos\alpha-۵ \end{matrix}\right\} \Rightarrow -۳-۵=$ $\frac{}{۹}$ (−۸) ✓

(۲)

$\cos^۲\frac{A}{۲}=\frac{۱+\cos A}{۲} \rightarrow ۲\sin B\sin C=۱+\cos\hat{A} \xrightarrow{A+B+C=\pi} A=\pi-(\hat{B}+\hat{C})$

$۱+\cos(\pi-(B+C))=۱-\cos(B+C)=۲\sin B\sin C$

$۱-\cos B\cos C+\sin B\sin C=۲\sin B\sin C \rightarrow \sin B\sin C+\cos B\cos C=۱$

$\cos(B-C)=۱ \rightarrow \begin{cases} B-C=۰ \ ✓ \\ B-C=۲\pi \ \times \end{cases}$ [illegible] $\rightarrow B=C \rightarrow A=۱۸۰-۱۴۴=۳۶$

$B+C=۲B \quad (۲\times۷۲)$

(۱) ۱۰