تکلیف ۱۵ـ نوید لطیفی

۱۹,۲۵ آفرین

①

$f(0)=B \to B=\tan(\frac{\pi}{4})=1 \to B(0,1)$

$-2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2} \to -2x=\frac{\pi}{4} \to x=\frac{-\pi}{8} \to A(-\frac{\pi}{8},0)$

$-2x+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{2} \to x=\frac{3\pi}{8} \to B(\frac{3\pi}{8},0)$

$S=\frac{AC\times B}{2}=1\times(\frac{4\pi}{8})\times\frac{1}{2}=\frac{2\pi}{8}=\frac{\pi}{4}$

۲

---

②

$\frac{4}{9}-\frac{2}{3}\sin\alpha-\frac{1}{4}(1-\sin^2\alpha)=0 \to \frac{1}{4}\sin^2\alpha-\frac{2}{3}\sin\alpha+\frac{4}{9}-\frac{1}{4}=$

$3\sin^2\alpha-8\sin\alpha+\frac{16}{3}-\frac{9}{3}$

$\sin^2\alpha-8\sin\alpha+\frac{7}{3}\times3=(\sin\alpha-1)(\sin\alpha-7)$

$\sin\alpha=\frac{1}{3}$ یا $\sin\alpha=\frac{7}{3}$ ✗

$\frac{1}{\sin^2\alpha}=1+\cot^2\alpha \to \cot^2\alpha=8 \to \tan^2\alpha=\frac{1}{8}$

$\cancel{\pm\frac{1}{8}}=\frac{9}{8}$

۲

---

③

$\log^{-\tan\alpha}=\log^{3} \to \tan\alpha=-3$

$\sin2\alpha=\frac{3}{\sqrt{10}}\times\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{3}{10}$

۱,۵

$\sin\alpha>0,\ \cos\alpha<0 \to$ ربع دوم

$\sin\alpha-\cos\alpha=A$

$A^2=1-\sin2\alpha$

$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$

$\pi<2\alpha<2\pi \to \sin2\alpha<0$

$1-(-\frac{3}{10})=\frac{13}{10} \to \sin\alpha-\cos\alpha=\sqrt{\frac{13}{10}}$

$\sin\alpha=\frac{3}{\sqrt{10}}$

$\cos\alpha=\frac{-1}{\sqrt{10}} \to \sin\alpha-\cos\alpha=\frac{4}{\sqrt{10}}$

---

④

$(1-\cos^2\alpha)^2+\cos^4\alpha=\frac{4}{5} \to \cos^4\alpha-2\cos^2\alpha+\cos^4\alpha+1=\frac{4}{5} \to \cos^4\alpha-\cos^2\alpha=-\frac{1}{5}$

$\cos^6\alpha+\sin^6\alpha=\underbrace{\cos^4\alpha-\cos^2\alpha}_{-\frac{1}{5}}+1 \to \frac{4}{5}$ ✓

۲

---

⑤

$\frac{3\sin x+\sin x\cos x}{2\sin^2x}<0 \to \frac{\sin x(3+\cos x)}{2\times\sin x\times\sin x}<0 \quad \frac{3+\cos x}{2\sin x}<0 \to \sin x<0$

همواره >0

۲

$\frac{\sin^2x}{\cos x}-\frac{1}{\cos x}=\frac{-\cos^2x}{\cos x}>0 \to \cos x<0 \to$ ربع سوم

(۶)

$$\frac{۲\cos x+۳\sin x}{\sin x\cos x}=۰ \qquad ۲\cos x=-۳\sin x\to \tan x=-\frac{۲}{۳}$$

$$\sin x\neq ۰,\ \cos x\neq ۰\to x\neq\frac{k\pi}{۲}$$

$$-\frac{۲}{۳}+\left(-\frac{۳}{۲}\right)=\frac{-۴-۹}{۶}=-\frac{۱۳}{۶}$$

۳

---

(۷)

$$\frac{\sqrt{1+\sin ۵۰}}{\sin ۵۰+\sin ۱۰}=\frac{\sqrt{(\sin ۲۵+\cos ۲۵)^۲}}{\sin ۵۰+\sin ۱۰}=\frac{\sin ۲۵+\cos ۲۵}{\sin ۵۰+\sin ۱۰}=\frac{\sqrt{۲}\sin(۴۵+۲۵)}{\sin ۵۰+\sin ۱۰}=\frac{\sqrt{۲}\sin ۷۰}{\sin ۵۰+\sin ۱۰}$$

$$\frac{\sqrt{۲}\cos ۲۰}{\sin(۳۰+۲۰)+\sin(۳۰-۲۰)}=\frac{\sqrt{۲}\cancel{\cos ۲۰}}{\sin ۳۰\cancel{\cos ۲۰}\times ۲}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{1}{\sin ۳۰}=\sqrt{۲}$$

۲

---

(۸)

$$\underbrace{(1-۲\sin^۲ ۵)}_{\cos ۱۰}\underbrace{(۲\cos^۲ ۱۰-1)}_{\cos ۲۰}\underbrace{\left(\frac{1-\tan^۲ ۲۰}{1+\tan^۲ ۲۰}\right)}_{\cos ۴۰}=\cos ۱۰\ \cos ۲۰\ \cos ۴۰\times\frac{\sin ۱۰}{\sin ۱۰}=\frac{1}{۸}\frac{\sin ۸۰}{\cos ۸۰}=\frac{1}{۸}\tan ۸۰$$

$$=\frac{1}{۸}\cot ۱۰^\circ$$

۲

---

(۹) ۱,۷۵

$$۵(۲\cos^۲\alpha-1)-۱۲\cos\alpha=\boxed{۱۰\cos^۲\alpha-۱۲\cos\alpha}-۵\to \cancel{۳-۵=-۲}$$

$$-۵-۳=-۸$$

$$\sin\alpha=۲-۳\cos\alpha \xrightarrow{\text{توان ۲}} \underbrace{\sin^۲\alpha}_{1-\cos^۲\alpha}=۹\cos^۲\alpha-۱۲\cos\alpha+۴\Rightarrow ۱۰\cos^۲\alpha-۱۲\cos\alpha-۳=۰$$

$$۱۰\cos^۲\alpha-۱۲\cos\alpha=۳$$

$$۱۰\left(\frac{1+\cos ۲\alpha}{۲}\right)-۱۲\cos\alpha+۳=\ ۵\cos ۲\alpha-۱۲\cos\alpha=-۸$$

---

(۱۰)

$$\sin B\sin C=\frac{1+\cos A}{۲}\to ۲\sin B\sin C-1=\cos A$$

$$A+B+C=\pi\to B+C=\pi-A\to\cos(B+C)=\cos(\pi-A)=-\cos A\to\cos A=-\cos(B+C)$$

۲

$$۲\sin B\sin C-1=\sin B\sin C-\cos B\cos C\to \cos B\cos C+\sin B\sin C=1$$

$$\cos(B-C)=1\to B-C=0\to B=C$$

$$A=۱۸۰-۲B=۱۸۰-۱۴۴=۳۶^\circ$$

نویلیمی تکلیف ها