آفرین خیلی خوب نوشتی :) ۱۹٫۵

سجاد سجانی — شماره تکلیف: ۱۶

① ۲

الف) $1-2\sin^2 x = 3\sin x - 1 \Rightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0 \Rightarrow$

$\sin x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \frac{1}{2},\ \cancel{-2} \to \sin x = \frac{1}{2} \to$

$x = 2k\pi + \frac{\pi}{6},\quad x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$

ب) $2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0 \Rightarrow \cos x = +1 \to x = 2k\pi$

$\cos x = -\frac{3}{2} \times$

② ۲٫۵

الف) $\sin^4 x - \cos^4 x = -\cos 2x = \sin 4x \Rightarrow$

$-\sin(\frac{\pi}{2} - 2x) = \sin 4x \Rightarrow 4x = 2k\pi + 2x - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4}$

$4x = 2k\pi + \pi - 2x + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$

YASHA

Subject: Date: / /

ب) تقسیم بر $\cos^2 x$ می‌کنیم:

$$2 + \frac{2\sin x}{\cos x} = \cancel{\frac{1}{\cos^2 x}} \rightarrow 1+\tan^2 x \implies$$

$$2 + 2\tan x = 1 + \tan^2 x \implies \tan^2 x - 2\tan x + 1 = 2 \implies$$

$$(\tan x - 1)^2 = 2 \implies \tan x = -\sqrt{2} + 1 \rightarrow x = k\pi + \arctan(1-\sqrt{2})$$

$$\tan x = +\sqrt{2} + 1 \quad \times$$

۳

الف) $. = \frac{1}{\sin x}(2\cos^2 x + \cos x - 1) \leftarrow \frac{\cos x}{\sin x}(2\cos x + 1) = \frac{1}{\sin x}$

۲

$$\rightarrow \sin x \neq 0 \rightarrow \boxed{x \neq k\pi}$$

به خاطر اینکه $\sin x$ که در مخرج است صفر می‌شود پس این جواب قابل قبول نیست $\leftarrow \times$ $\cos x = -1 \rightarrow x = k\pi + \pi$

$$\cos x = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}}$$

ب) طرفین را بر $\sin^2 x$ تقسیم می‌کنیم:

$$2 - \cot x + \cot^2 x = 2(1+\cot^2 x) \implies$$

$$\cot^2 x + \cot x = 0 \implies$$

$$\cot x = 0 \,, \quad \cot x = -1 \rightarrow \boxed{x = k\pi - \frac{\pi}{4}}$$

$$\rightarrow x = \boxed{k\pi + \frac{\pi}{2}}$$

۴

الف) چون تعداد دو زاویه متمم همدیگر هستند پس $\cos$ یکی از زاویه‌ها با $\sin$ زاویه دیگر برابر است پس:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} \implies$$

۲

$$\cos 2x = \frac{1}{2} \implies 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

YASHA

Subject: Date: / /

$\cos\left(2x-\frac{\pi}{9}\right)=-\sin 2x \Rightarrow$ $(\Rightarrow$

$\sin\left(\underbrace{\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{9}}_{\frac{11\pi}{18}}-2x\right)=\sin(-2x) \rightarrow -2x=2k\pi-2x+\frac{11\pi}{18}$ ✗

$\rightarrow -2x=2k\pi+\pi+2x-\frac{11\pi}{18} \Rightarrow -4x=2k\pi+\frac{7\pi}{18} \Rightarrow$

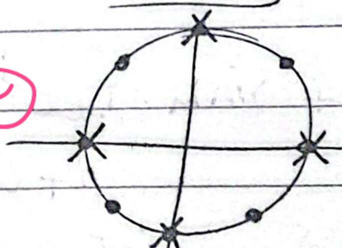
$x=\frac{-k\pi}{2}-\frac{7\pi}{72} \Rightarrow x=\frac{k'\pi}{2}-\frac{7\pi}{72} \quad k'\in\mathbb{Z}$

$\frac{\sin 4x+\sin 2x}{\sin 2x}=1 \Rightarrow \sin 4x+\sin 2x=\sin 2x \Rightarrow$ 5

$\sin 2x\neq 0 \Rightarrow 2x\neq k\pi \rightarrow \boxed{x\neq\frac{k\pi}{2}}$ 6

$\sin 4x=0 \rightarrow 4x=k\pi \rightarrow x=\frac{k\pi}{4}$

2



$1 \longrightarrow \boxed{x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}}$

$\tan\frac{x}{4}=\frac{1+\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}=\frac{1}{\tan\frac{x}{4}} \Rightarrow$ 9

2

$\tan^2\frac{x}{4}=1 \Rightarrow \frac{x}{4}=k\pi\pm\frac{\pi}{4} \Rightarrow x=4k\pi\pm\pi$

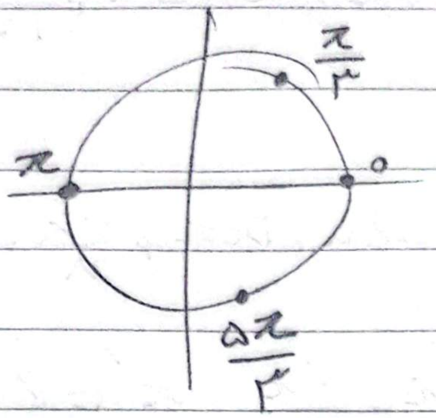
$k=0 \rightarrow \left.\begin{matrix} x_1=\pi \\ x_2=-\pi \end{matrix}\right\} \rightarrow |x_1-x_2|=|\pi-(-\pi)|=\boxed{|2\pi|}$

$\cos^2x-\sin^2x\cos 2x=1 \Rightarrow \sin^2x+\sin^2x\cos 2x=0 \Rightarrow$ 7

2

Subject: Date: / /

$\sin^2 x(1+\cos 3x)=0 \Rightarrow \begin{cases}\sin x=0 \to x=k\pi \\ \cos 3x=-1 \to 3x=2k\pi+\pi \to \\ x=\frac{2k\pi+\pi}{3}\end{cases}$



$\Rightarrow 0, \pi, 2\pi, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \to$ ۵ جواب دارد

$\cos(\frac{\pi}{4}-x)=\cos 3x \to 3x=k\pi+\frac{\pi}{4}-x \Rightarrow$ ۸

۲

$\boxed{x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{16}}$

$1+\sin 4x=\cancel{2\cos^2 2x} \Rightarrow$ $1+\cos 4x$ ۹ به توان ۲ می‌رسانیم.

۲

$\cos 4x=\sin 2x$ ① $2x=2k\pi+\frac{\pi}{2}-4x \Rightarrow x=\frac{k\pi}{3}+\frac{\pi}{12} \Rightarrow$

$\sin(\frac{\pi}{2}-4x)$ $x=\frac{4k\pi+\pi}{12} \to x\in\{\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12},\frac{9\pi}{12}\}$

۱) $\frac{5\pi}{12}$ جواب زائد معادله به خاطر توان زوج رسیدن است و فقط $x\in\{\frac{\pi}{12},\frac{9\pi}{12}\}$

② $2x=2k\pi+\pi-\frac{\pi}{2}+4x \Rightarrow -2x=2k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow$

$x=k'\pi-\frac{\pi}{4} \Rightarrow x=\frac{3\pi}{4} \to$ جواب تکراری است

معادله در بازه $[0,\pi]$ شامل دو جواب است.

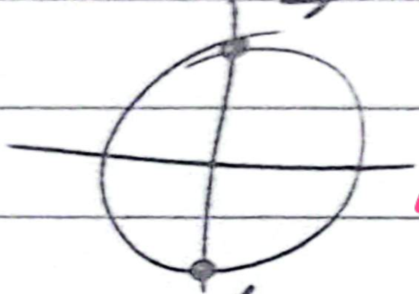
YASAA

Subject: Date: / /

۱۰

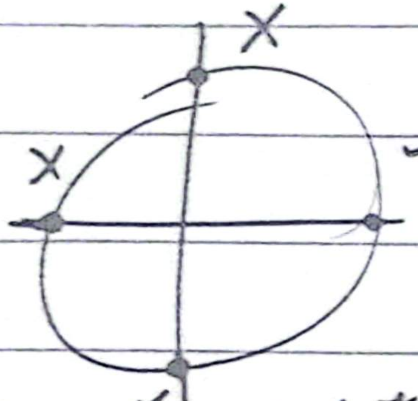
الف) $\sin^2 x - \cos^2 x = -\cos 2x = 1 \Rightarrow \cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi$

$\rightarrow x = \dfrac{2k\pi + \pi}{2} = k\pi + \dfrac{\pi}{2}$



دو جواب دارد

ب) ۴ نقاط رئوس را امتحان می‌کنیم: $\sin^3 x - \cos^3 x = -1$



پس نقاط ۳ جواب $(0, 2\pi, \frac{3\pi}{2})$ را دارا است.

سوال ۲ قسمت ب

$$2\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1 \qquad \begin{cases} 2\sin x \cos x = \sin 2x \\ \frac{1+\cos 2x}{2} = \cos^2 x \end{cases}$$

$$1 + \cos 2x + \sin 2x = 1 \longrightarrow \cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$\tan 2x = -1 \longrightarrow 2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \longrightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$$