۱۹٫۵ آفرین خیلی خوب نوشتی :)

نام و نام خانوادگی: هومن ریاحی — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۶ — کلاس دوازده B

۱

الف) $1-2\sin^2 x = 3\sin x-1 \Rightarrow 2\sin^2 x+3\sin x-2=0 \xRightarrow{ac} \sin^2+3x-4=0$

$\Rightarrow (\sin-1)(\sin+4) \Rightarrow \sin \begin{cases} \frac{1}{2}=\frac{1}{2} \checkmark \\ -\frac{4}{2}=-2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$ $\quad \sin x=\frac{1}{2}=\sin\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow x \begin{cases} 2k\pi+\frac{\pi}{6} \\ 2k\pi+\frac{5\pi}{6} \end{cases}$

۲

ب) $2\cos^2-1+\cos-2=0 \Rightarrow 2\cos^2+\cos-3=0$

$\xRightarrow{ac} \cos^2+\cos-6=0 \Rightarrow (\cos+3)(\cos-2)=0 \Rightarrow \cos \begin{cases} \frac{-3}{2} \text{ غ ق ق} \\ \frac{2}{2}=1 \checkmark \end{cases}$ $\quad \cos x=1=\cos 2\pi$, $x=2k\pi$

۲

الف) $(\sin^2 x-\cos^2 x)(\sin^2 x+\cos^2 x)=2\sin 2x\cos 2x \Rightarrow -\cos 2x=2\sin 2x\cos 2x$

$\xRightarrow{\div\cos 2x} \cos 2x=0 \to 2x=k\pi \Rightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow 2\sin 2x=-1 \Rightarrow \sin 2x=-\frac{1}{2}=\sin-\frac{\pi}{6} \Rightarrow 2x=2k\pi-\frac{\pi}{6} \Rightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{12}$

$2x=2k\pi-\frac{5\pi}{6} \Rightarrow x=k\pi-\frac{5\pi}{12}$

۲

ب) $2\cos^2-1+2\sin\cos=0 \Rightarrow \cos 2x+\sin 2x=0 \Rightarrow \cos 2x=-\sin 2x$

$\Rightarrow \tan 2x=-1 \Rightarrow 2x=k\pi-\frac{\pi}{4} \Rightarrow x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{8}$

۳

الف) $\cot(2\cos+1)=\frac{1}{\sin} \xrightarrow{\times\sin} \cos(2\cos+1)=1 \Rightarrow 2\cos^2+\cos-1=0$

$\xrightarrow{a+c=b} \cos \begin{cases} -1 \text{ غ ق ق } \sin\neq 0 \\ \frac{1}{2} \checkmark \end{cases}$

$\to \cos x=\frac{1}{2}=\cos\frac{\pi}{3} \Rightarrow x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$

۲

ب) $\sin^2 x\sin^2+\cos^2-\sin\cos=2 \Rightarrow (1-\cos^2)+1-\sin\cos=2 \Rightarrow -\cos^2 x=\sin\cos$

$\xRightarrow{\div\cos} \cos x=0 \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{2} \longrightarrow \sin=-\cos \longrightarrow \tan x=-1=\tan-\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{4}$

۴

الف) $\cos(\frac{\pi}{4}+x)\sin(\frac{\pi}{4}+x)=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}\sin(\frac{\pi}{2}+2x)=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow \cos 2x=\frac{1}{2}=\cos\frac{\pi}{3} \Rightarrow 2x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3} \Rightarrow x=k\pi\pm\frac{\pi}{6}$

ب) $\cos(2x-\frac{2\pi}{9})=\sin(-2x) \Rightarrow \cos((2x+\frac{7\pi}{18})-\frac{\pi}{2})=\sin(-2x)$ $\quad x=\frac{k\pi}{2}-\frac{7\pi}{72}$

$\Rightarrow \sin(2x+\frac{7\pi}{18})=\sin(-2x)$ $\quad x \begin{cases} 2x+\frac{7\pi}{18}=2k\pi+2x \text{ بدون جواب} \\ 2x+\frac{7\pi}{18}=2k\pi-2x \Rightarrow 4x=2k\pi-\frac{7\pi}{18} \end{cases}$

۲

۵

$\frac{2\sin 2x\cos 2x+\sin 2x}{\sin 2x}=\sin^2+\cos^2 \Rightarrow \frac{\sin 2x(2\cos 2x+1)}{\sin 2x}=1$

$\Rightarrow 2\cos 2x+1=0 \Rightarrow \cos 2x=0 \Rightarrow 2x=k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$

۲

$\sin 2x\neq 0 \Rightarrow 2x\neq k\pi \Rightarrow x\neq\frac{k\pi}{2}$

۶

$$\frac{1+\cos(\frac{x}{2})}{\sin(\frac{x}{2})}=\frac{\sin(\frac{x}{2})}{1+\cos(\frac{x}{2})} \Rightarrow \frac{x}{2}=\alpha \Rightarrow \sin^2\alpha=(1+\cos\alpha)^2$$

$$\Rightarrow \sin^2\alpha=1+\cos^2\alpha+2\cos\alpha \Rightarrow 0=2\cos^2\alpha+2\cos\alpha \Rightarrow \cos^2\alpha+\cos\alpha=0$$

$$\Rightarrow \cos\alpha(\cos\alpha+1)=0 \Rightarrow \cos\alpha \begin{cases}0\ ✓\\ -1\ \text{غ ق ق}\end{cases} \Rightarrow \cos\frac{x}{2}=0$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2}=k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow x=2k\pi+\pi$$

$$\Rightarrow \frac{12\pi-0}{2\pi}=6$$

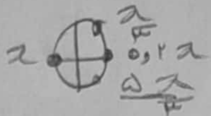
۲

۷

$$-\sin^2x\cos3x=1-\cos^2x \Rightarrow -\sin^2x\cos3x=\sin^2x$$

$$\Rightarrow \sin^2x=0 \Rightarrow x=k\pi \longrightarrow \cos3x=-1=\cos\pi$$

$$\Rightarrow 3x=2k\pi+\pi \Rightarrow x=\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{3}$$



$\Rightarrow$ ۵ جواب

۲

۸

$$\frac{1-\tan}{1+\tan}=\tan3x \Rightarrow \frac{\frac{\cos x-\sin x}{\cos x}}{\frac{\sin x+\cos x}{\cos x}}=\frac{\cos-\sin}{\cos+\sin}=\frac{-\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})}{\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})}$$

$$\cos(\frac{\pi}{4}-x)=\cos(x-\frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow -\tan(x-\frac{\pi}{4})=\tan3x \Rightarrow \tan(x-\frac{\pi}{4})=\tan(-3x)$$

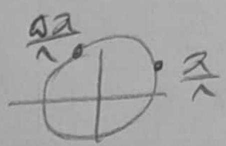
$$\Rightarrow x-\frac{\pi}{4}=k\pi-3x \Rightarrow 4x=k\pi+\frac{\pi}{4} \Rightarrow x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{16}$$

۲

۹

$$2\cos^22x=1+\sin2x \Rightarrow \sin2x=2\cos^22x-1 \Rightarrow \sin2x=\cos4x$$

$$\Rightarrow \sin2x=\cos2x \Rightarrow \tan2x=1 \Rightarrow 2x=k\pi+\frac{\pi}{4} \Rightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{8}$$



۲ جواب

جواب ها $\frac{3\pi}{4}$ ، $\frac{\pi}{12}$ هستند!

۱/۵

۱۰

الف)

$$(\sin^2+\cos^2)(\sin^2-\cos^2)=1 \Rightarrow -\cos2x=1 \Rightarrow \cos2x=-1$$

$$\Rightarrow 2x=2k\pi+\pi \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{2}$$

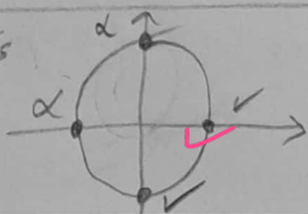
۲ جواب

۲

ب)

$$\sin^3x-\cos^3x=-1$$

غیرکلاسیک



$$\Rightarrow x=\{0, \frac{3\pi}{2}, 2\pi\}$$

۳ جواب

سوال ۹

$$\sqrt{1+\sin 2x} = \sqrt{2}\cos 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1+\sin 2x = 2\cos^2 2x$$

$$1+\sin 2x = 2 - 2\sin^2 2x \to 2\sin^2 2x + \sin 2x - 1 = 0$$

$\sin 2x = -1$

$\sin 2x = +\frac{1}{2}$

$$\sin 2x = -1 \to 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow[k=1]{0\le x\le \pi} x = \frac{3\pi}{4} \checkmark$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2} \to 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \text{ یا } 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \xrightarrow[k=0]{0\le x\le \pi} x = \frac{\pi}{12} \checkmark \text{ یا } \frac{5\pi}{12} \times$$

چون عبارت به توان ۲ رسیده است جواب زائد تولید می‌کند

به ازای $x = \frac{5\pi}{12}$ ، $\cos 2x$ منفی می‌شود، چون جواب رادیکال است غ ق ق است

* معادله ۲ جواب دارد