تکلیف ۱۶ Note B علی درخشان فر گروه

ترتیب راه حل با (n) مشخص شده است.

۱۸٫۷۵

Date: / /

1 الف

(1) $\cos 2x = 3\sin x - 1 \xrightarrow[\cos^2 x = 1-\sin^2 x]{\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x}$ (2) $1 - 2\sin^2 x = 3\sin x - 1$

$\rightarrow$ (3) $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$

- $\sin x = \frac{-3+5}{4} \Rightarrow$ (4) $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{x = 2k\pi + \frac{\pi}{6},\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6}}$
- $\sin x = \frac{-3-5}{4}$ ✗

۲

ب

(1) $\cos 2x + \cos x - 2 = 0 \xrightarrow[\sin^2 x = 1-\cos^2 x]{\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x}$ (2) $2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0$

(3) $\cos x$:
- $\cos x = +1$
- $\cos x = -\frac{3}{2}$ ✗

(4) جواب کلی: $2K\pi$

2 الف

(1) $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin 4x \xrightarrow[\sin 4x = 2\sin 2x \cos 2x]{\sin^4 x - \cos^4 x = -\cos 2x}$ (2) $-\cos 2x = 2\sin 2x \cos 2x$

(3) $\xrightarrow{\text{اگر } \cos 2x \neq 0}$ $2\sin 2x = -1 \Rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} = \sin(-\frac{\pi}{6}) \Rightarrow$
- $2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \boxed{x = k\pi - \frac{\pi}{12}}$
- $2x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6}$ → (5) $x = k\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12} \Rightarrow \boxed{x = k\pi + \frac{7\pi}{12}}$

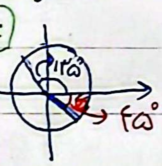
(6) $\cos 2x = 0 = \cos\frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{x = k\pi \pm \frac{\pi}{4}}$

۲

ب

(1) $2\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1 \xrightarrow[2\cos^2 x = 1+\cos 2x]{2\sin x \cos x = \sin 2x}$ (2) $1 + \cos 2x + \sin 2x = 1$

(3) $\cos 2x = -\sin 2x$ (4) $2x$:



$2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \boxed{x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}}$

۲

3 الف

ساده کردن صورت سوال با ضرب کردن → (1) $\frac{2\cos^2 x + \cos x}{\cancel{\sin x}} = \frac{1}{\cancel{\sin x}}$ → (2)

۲

(2): $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$
- $\cos x = -1 \rightarrow x = 2k\pi + \pi$ ✗ → سینوس را صفر می کند!
- $\cos x = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}}$

ب

$2\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x = 2 \xrightarrow[\text{به شرط } \cos x \neq 0]{\div \cos^2 x} 2\tan^2 x - \tan x + 1 = 2(1+\tan^2 x)$

$-\tan x = 1 \Rightarrow \boxed{x = k\pi - \frac{\pi}{4}}$

$\cos x = 0 \Rightarrow \boxed{x = k\pi + \frac{\pi}{2}}$ → چون اگر برابر صفر باشد معادلی $\sin^2 x = 1$ به دست می آمد.

علی درخشان فر B

۱

۴ الف)

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{4}\xrightarrow{\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}$$ ①

② : $$\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\frac{1}{4}\xrightarrow{\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)}\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=\frac{1}{4}$$ ۲

③ $$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)}{2}=\frac{1}{4}\longrightarrow\sin\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)=\frac{1}{2}\longrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\begin{cases}\frac{\pi}{2}+2x=2k\pi+\frac{\pi}{6}\rightarrow \boxed{x=k\pi-\frac{\pi}{6}}\\ 2x+\frac{\pi}{2}=2k\pi+\frac{5\pi}{6}\rightarrow \boxed{x=k\pi+\frac{\pi}{6}}\end{cases}$$

ب)

$$\cos\left(2x-\frac{\pi}{9}\right)=-\sin 2x\ \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)\right)\longrightarrow\cos\left(2x-\frac{\pi}{9}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)$$

$$2x-\frac{\pi}{9}=2k\pi\pm\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)\longrightarrow \cancel{2x}-\frac{\pi}{9}=2k\pi+\frac{\pi}{2}+\cancel{2x}\longrightarrow \times$$

$$\longrightarrow 2x-\frac{\pi}{9}=2k\pi-\frac{\pi}{2}-2x\rightarrow 4x=2k\pi-\frac{7\pi}{18}$$

$$\boxed{x=\frac{k\pi}{2}-\frac{7\pi}{72}}$$

۵

$$\frac{\sin 4x}{\sin 2x}+1=\underbrace{\sin^2x+\cos^2x}_{1}\Rightarrow\frac{\sin 4x}{\sin 2x}=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\sin 4x=0\Rightarrow\begin{cases}4x=2k\pi+\pi\Rightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\\ 4x=2k\pi\rightarrow x=\frac{k\pi}{2}\end{cases}\\ \sin 2x\neq 0\Rightarrow\begin{cases}2x=2k\pi\rightarrow x=k\pi\ \text{غق}\\ 2x=2k\pi+\pi\rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{2}\ \text{غق}\end{cases}\end{cases}\Rightarrow\boxed{\begin{matrix}x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\\ x=\frac{k\pi}{2}\end{matrix}}$$

۲

۶

① $$\frac{\sin\frac{x}{2}}{1+\cos\frac{x}{2}}=\frac{\cos\frac{x}{2}+1}{\sin\frac{x}{2}}\longrightarrow\underbrace{\sin^2\frac{x}{2}}_{1-\cos^2\frac{x}{2}}=\cos^2\frac{x}{2}+2\cos\frac{x}{2}+1$$

۲

② $$2\cos^2\frac{x}{2}+2\cos\frac{x}{2}=0$$

③ $$\cos^2\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}=0\longrightarrow\cos\frac{x}{2}\left(\cos\frac{x}{2}+1\right)=0\begin{cases}\cos\frac{x}{2}=0\ \left(\cos\frac{\pi}{2}\right)\rightarrow\frac{x}{2}=2k\pi\pm\frac{\pi}{2},\quad x=4k\pi\pm\pi\\ \cos\frac{x}{2}=-1\ \left(\cos\pi\right)\rightarrow x=4k\pi\pm 2\pi\end{cases}$$

جواب : $\{-\pi, 0, +\pi\}\Rightarrow|-\pi-\pi|=\cancel{2\pi}$

Note علی دهقانی Date: / /

۷

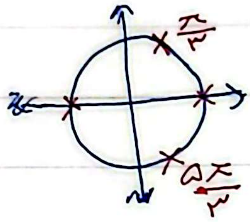
$-\sin^2 x\cos 3x = \cancel{1-\cos^2 x}$ ($\sin^2 x$)

$\Rightarrow \cos 3x = -1$ ($\cos\pi$) $\longrightarrow 3x = 2k\pi \pm \pi \rightarrow x = \frac{2}{3}k\pi \pm \frac{\pi}{3} \rightarrow \begin{cases} k=1 \Rightarrow \{\pi, \frac{\pi}{3} \\ k=2 \ \{\frac{5\pi}{3}, \pi \end{cases}$

۲

$\xrightarrow{\sin^2 x = 0} \sin x = 0 \Rightarrow x = 2k\pi$

$x = 2k\pi + \pi$



۵ جواب
(۲kπ دوبار حساب نشه)

۸

① $\frac{1-\tan x}{1+\tan x} = \tan(\frac{\pi}{4} - x) = \tan 3x \rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{4} - x \rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{4}$

② $x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{16}$

③ $\cos x \neq 0 \rightarrow x \neq 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$

④ $\cos 3x \neq 0 \rightarrow 3x \neq 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \rightarrow x \neq \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{6}$

۲

⑤ $\tan x + 1 \neq 0 \rightarrow \tan x \neq -1 , \tan x \neq (\frac{3\pi}{4}) \rightarrow x \neq k\pi + \frac{3\pi}{4}$

⑥ $\tan(\frac{\pi}{4} - x) = \tan 3x \Rightarrow \frac{\pi}{4} - x = k\pi + 3x \Rightarrow \boxed{x = \frac{k}{4}\pi + \frac{\pi}{16}}$

۹

① $\sqrt{\sin^2 x + 2\sin x\cos x + \cos^2 x} = \sqrt{2}\cos 2x$

$(\sin x + \cos x)^2$ $(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)$

۱.۷۵

② $|\sin x + \cos x| = \sqrt{2}(\cos^2 x - \sin^2 x)$

نشد حلش کنم

اگر ۱ $\rightarrow \sin x + \cos x > 0 \Rightarrow \sqrt{2}(\cos x - \sin x) = 1$

۱۰

الف) $-\cos 2x = 1 \Rightarrow \cos 2x = -1$ ($\cos\pi$) $\Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \pi \Rightarrow \boxed{x = k\pi \pm \frac{\pi}{2}}$

ب) ۲

⊛ برای معادلاتی که به شکل $\sin^n x \pm \cos^n x = \pm 1$ هستند برای تعیین جواب باید 0، $\frac{\pi}{2}$، π، $\frac{3\pi}{2}$، 2π را امتحان کنیم

$x = 0, \frac{3}{2}\pi, 2\pi$

سوال ۹

$$\sqrt{1+\sin 2x} = \sqrt{2}\cos 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1+\sin 2x = 2\cos^2 2x$$

$$1+\sin 2x = 2 - 2\sin^2 2x \to 2\sin^2 2x + \sin 2x - 1 = 0$$

$\sin 2x = -1$ یا $\sin 2x = +\frac{1}{2}$

$$\sin 2x = -1 \to 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow[k=1]{0\le x\le \pi} x = \frac{3\pi}{4} \checkmark$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2} \to 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \text{ یا } 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \xrightarrow[k=0]{0\le x\le \pi} x = \frac{\pi}{12}\ \checkmark \text{ یا } \frac{5\pi}{12}\ \times$$

چون عبارت به توان ۲ رسیده است جواب زائد تولید می‌کند

به ازای $x=\frac{5\pi}{12}$ $\cos 2x$ منفی می‌شود، چون جواب رادیکال است مردود است

★ معادله ۲ جواب دارد