۱۴ آفرین

نام و نام خانوادگی ...علی مشهوری حسینی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۷... کلاس ...یازدهم ریاضی...

۱

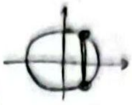
$8\cos \Rightarrow 1+\tan^2 \Rightarrow 8\cos \to \frac{1}{\cos^2 x}$ $\cos^3 x \Rightarrow \frac{1}{8} \Rightarrow \cos x \Rightarrow \frac{1}{2}$

$\cos x \neq 0$

راه دوم ← ۲ جواب دارد

$8\cos x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 8\cos^3 x = 1 \xrightarrow{\text{فرجه ۳}} 2\cos x = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \xrightarrow{0\le x\le 2\pi} \begin{cases} x=\frac{\pi}{3} \\ x=2\pi-\frac{\pi}{3}\end{cases}$



۲ جواب

۲ ج نهایی ✓ ②

۲

$5\sin^2 x = -2-2\cos 3x$

$-1\le \cos 3x \le 1 \Rightarrow -2\le -2\cos 3x \le 2 \xrightarrow{-2} -4 \le -2-2\cos 3x \le 0 \Rightarrow \begin{cases}\sin x=0\\ \cos 3x=-1\end{cases}$

② جواب‌ها ۰ مد نظر نقاط π و ۰ و π- هستند که سینوس آنها صفر است که از میان آنها ۰ رد و π،

π- ما نشان می‌دهد $\cos 3x=-1$ نشان می‌دهد معادله دو جواب π و π- دارد.

۳

$\cos 2x = 1-2\sin^2 x$

$2\sin x(1-2\sin^2 x)+\sin x = 1 \Rightarrow 3\sin x - 4\sin^3 x = 1$

$\sin 3x = -1 \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{6} \xrightarrow{0<x<2\pi} x=\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{9\pi}{6}$

کل را جمع جواب‌های سه ریشه ~~برابر~~ $\frac{5\pi}{2} = \frac{15\pi}{6}$ می‌شود. ②

۴

$\frac{1}{\sin(\frac{\pi+4x}{2})}+\frac{1}{\cos(\frac{\pi+8x}{2})} = \frac{1}{\sin(\frac{\pi}{2}+2x)}+\frac{1}{\cos(\frac{\pi}{2}+4x)} = 0 \Rightarrow \frac{-\sin 4x+\cos 2x}{(\cos 2x)(-\sin 4x)} = 0$

$\Rightarrow \sin 4x = \cos 2x \Rightarrow 2\sin 2x\cos 2x = \cos 2x \Rightarrow \cos 2x(2\sin 2x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases}\cos 2x = 0 \Rightarrow \text{غ‌ق‌ق}\\ \sin 2x = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}\end{cases}$

$\Rightarrow 2x = 2k\pi+\frac{\pi}{6},\ 2x = 2k\pi+\pi-\frac{\pi}{6}$

$x = k\pi + \frac{\pi}{12},\ x = k\pi+\frac{5\pi}{12} \Rightarrow \begin{cases}x_1=\frac{\pi}{12}\\x_2=\frac{5\pi}{12}\end{cases} \Rightarrow a = \frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{3}$

$\tan(2a) = \tan(\frac{2\pi}{3}) = \boxed{-\sqrt{3}}$ ✓ ④

۵

$\cos(x+\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos(x+\frac{\pi}{4}) = \cos x\cos\frac{\pi}{4} - \sin x \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos x - \sin x = \frac{2}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow$

۱٫۲۵

۶

$\sin(x+\frac{\pi}{6})\cos(x-\frac{\pi}{3})=1 \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{2}-(x+\frac{\pi}{6}))\cos(x-\frac{\pi}{3})=1 \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{2}-x-\frac{\pi}{6})\cos(x-\frac{\pi}{3})=1$

$\Rightarrow \cos(\frac{\pi}{3}-x)\cos(x-\frac{\pi}{3})=1$

چون $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$ پس:

$\cos(x-\frac{\pi}{3})\cos(x-\frac{\pi}{3})=1 \Rightarrow \cos^2(x-\frac{\pi}{3})=1 \Rightarrow \cos(x-\frac{\pi}{3})=\pm 1$

$\cos(x-\frac{\pi}{3})=1 \rightarrow x-\frac{\pi}{3}=2k\pi \Rightarrow x=2k\pi+\frac{\pi}{3}$

$\cos(x-\frac{\pi}{3})=-1 \Rightarrow x-\frac{\pi}{3}=2k\pi+\pi \Rightarrow x=2k\pi+\frac{4\pi}{3}$

جواب‌های بازه $[0,2\pi]$ ⇐ $x=\frac{\pi}{3}$ ، $x=\frac{4\pi}{3}$

۲

۷

رابطه $a\sin x+b\cos x=\frac{a}{|a|}\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\alpha)$ استفاده می‌کنیم، $\tan\alpha=\frac{b}{a}$

$\sqrt{4}\sin(x+\frac{\pi}{3}) \Rightarrow 1$

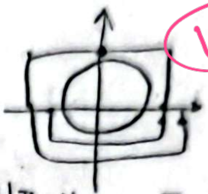
$2\sin(x+\frac{\pi}{3}) \Rightarrow 1 \Rightarrow \sin(x+\frac{\pi}{3}) \Rightarrow \frac{1}{2}$

$\sin(x+\frac{\pi}{3})=\sin\frac{\pi}{6}$ ① $\Rightarrow x=2k\pi+\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{3} \Rightarrow 2k\pi-\frac{\pi}{6}$

② $x=2k\pi+\pi-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{3} \Rightarrow 2k\pi+\frac{\pi}{2}$

پاسخ ← $2\pi+\frac{25\pi}{6} \Rightarrow \boxed{\frac{37\pi}{6}}$

$2\pi+\frac{11\pi}{6}+\frac{11\pi}{6}+\frac{\pi}{2}$



۱٫۲۵

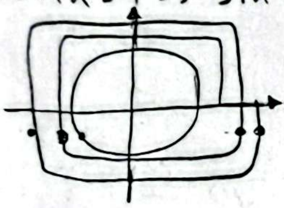
۸

$\sin(\frac{3\pi}{2}-x) \Rightarrow -\cos(x)$

$-4\sin x\cos(x) \Rightarrow -2\sin 2x=1 \Rightarrow \sin 2x=-\frac{1}{2}$

$0\leq x\leq 2\pi$

$0\leq 2x\leq 4\pi$



$\frac{7\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{6}+2\pi$

$\frac{11\pi}{6}$ و $\frac{11\pi}{6}+2\pi$

$\frac{18\pi}{6}+4\pi+\frac{18\pi}{6} \Rightarrow \frac{10\pi}{2}=$

$\boxed{5\pi}$ پاسخ نهایی

۲

۹

با توجه به فرمول $\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$ داریم

$\frac{4\sin^2\alpha\times 2\cos^2\alpha\times 2\cos^2 2\alpha\times 2\cos^2 4\alpha}{\sin^2\alpha} \Rightarrow \frac{1}{8}$

$\frac{\cancel{1}}{\cancel{8}}\ \frac{\sin^2 8\alpha}{4\sin^2\alpha}=\frac{1}{\cancel{8}} \rightarrow \sin^2 8\alpha \Rightarrow \sin^2\alpha$

$\sin\alpha\neq 0$

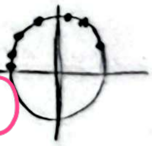
$8\alpha=k\pi\pm\alpha \rightarrow 7\alpha=k\pi \Rightarrow \frac{k\pi}{7}=\alpha$

$\rightarrow 9\alpha \Rightarrow k\pi \Rightarrow \frac{k\pi}{9}=\alpha$

بزرگترین $\frac{6\pi}{7}$

$\frac{6\pi}{7}<\boxed{\frac{8\pi}{9}}$

$\downarrow \frac{8\pi}{9}$



$\boxed{\frac{8\pi}{9}}$ ← پاسخ نهایی

۲

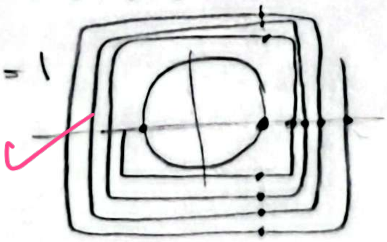
۱۰

با استفاده از فرمول $\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$ ← اثبات می‌شود که $\tan\alpha\times\tan\beta=\cos(\alpha+\beta)$

$\tan(3x)\tan(x) \rightarrow \cos(4x)=1$

$\pi\leq x\leq 2\pi$

$\pi\leq 4x\leq 8\pi$



۴ جواب دارد.

$\frac{2\pi+4\pi+6\pi+8\pi}{4}=\frac{20\pi}{4}$

$\boxed{5\pi}$ ← جواب

۲

⑤

$$\cos(x+\frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}(\cos x - \sin x) = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \longrightarrow \cos x - \sin x = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}{\frac{۱}{\sqrt{۲}}}$$

$$\cos x - \sin x = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}} \xrightarrow{\text{گویا}} \frac{\sqrt{۶}}{۳} \longrightarrow \boxed{\cos x - \sin x = \frac{\sqrt{۶}}{۳}}$$

$$(\cos x - \sin x)^۲ = ۱ - \sin ۲x = \frac{۶}{۹} \longrightarrow \boxed{\sin ۲x = \frac{۱}{۳}}$$

$$m(\cos x - \sin x) - ۳\sqrt{۶}(\sin ۲x) = \sqrt{۶} \longrightarrow \frac{\sqrt{۶}}{۳}m - ۳\sqrt{۶}(\frac{۱}{۳}) = \sqrt{۶}$$

$$\frac{\sqrt{۶}}{۳}m - \sqrt{۶} = \sqrt{۶} \longrightarrow \frac{m\sqrt{۶}}{۳} = ۲\sqrt{۶} \longrightarrow \boxed{m = ۶}$$

---

⑦ عبارت را در $\frac{۱}{۲}$ ضرب می‌کنیم.

$$\frac{۱}{۲}\sin x + \frac{\sqrt{۳}}{۲}\cos x = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\cos ۶۰^\circ \sin x + \sin ۶۰^\circ \cos x = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \longrightarrow \sin(x+\frac{\pi}{۳}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\begin{cases} x+\frac{\pi}{۳} = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴} \longrightarrow x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۱۲} \xrightarrow{-\pi \leq x \leq ۲\pi} k = ۰, ۱ \to x = -\frac{\pi}{۱۲}, \frac{۲۳\pi}{۱۲} \\ x+\frac{\pi}{۳} = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۴} \longrightarrow x = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۱۲} \xrightarrow{-\pi \leq x \leq ۲\pi} k = ۰ \to x = \frac{۵\pi}{۱۲} \end{cases}$$

$$S = \frac{۲۳\pi}{۱۲} - \frac{\pi}{۱۲} + \frac{۵\pi}{۱۲} = \frac{۲۷\pi}{۱۲} = \boxed{\frac{۹\pi}{۴}}$$