به نام خدا

پویا مانلفلیان

DATE / / SUBJECT:

① $1+\tan^2x=\frac{1}{\cos^2x}=8\cos x\longrightarrow\cos^3x=\frac{1}{8}\longrightarrow\cos x=\frac{1}{2}\longrightarrow x=\frac{\pi}{3},\ \frac{5\pi}{3}\longrightarrow$ $\boxed{\text{۲ جواب}}$

---

② $\cos 2x=4\cos^2x-3\cos x\longrightarrow 5(1-\cos^2x)+8\cos^3x-6\cos x+2=0\longrightarrow$

$8\cos^3x-5\cos^2x-6\cos x+7=0\longrightarrow 8+(-6)=(-5)+7\longrightarrow\cos x=-1$ → یکی از جواب‌ها است.

$8\cos^3x-5\cos^2x-6\cos x+7\ \big|\ \cos x+1$

$-\ 8\cos^3x-5\cos^2x-6\cos x+7$ $\quad\underbrace{8\cos^2x-13\cos x+7}_{\Delta<0}$ → ریشه دیگری ندارد

0

$\cos x=-1\longrightarrow x=-\pi,\ \pi\longrightarrow$ $\boxed{\text{۲ جواب}}$

---

③ $\sin x(\underbrace{2\cos 2x+1}_{3-4\sin^2x})=1\longrightarrow\underbrace{3\sin x-4\sin^3x}_{\sin 3x}=1\longrightarrow\sin 3x=1=\sin\frac{\pi}{2}\longrightarrow$

$3x=2k\pi+\frac{\pi}{2}\longrightarrow x=\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\to x=\frac{\pi}{6},\ \frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{6},\ \frac{4\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\to$

جمع $=\frac{\pi}{2}+2\pi=\boxed{\frac{5\pi}{2}}$

---

④ $\frac{1}{\cos 2x}+\frac{-1}{\sin^4x}=\frac{2\sin 2x-1}{\sin^4x}=0\longrightarrow\sin 2x=\frac{1}{2}\ ;\ \underbrace{\sin^4x\neq0}_{\text{[illegible]}}\longrightarrow$

$\sin 2x=\sin\frac{\pi}{6}$ $\begin{cases}\to 2x=2k\pi+\frac{\pi}{6}\longrightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{12}\\ \to 2x=2k\pi+\frac{5\pi}{6}\longrightarrow x=k\pi+\frac{5\pi}{12}\end{cases}$ $\to x=\frac{\pi}{12},\ \frac{5\pi}{12}\to$ اختلاف $=\frac{\pi}{3}$

$\to\tan\frac{2\pi}{3}=\frac{+\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}}=\boxed{-\sqrt{3}}$

Sahand

CS CamScanner

پویا ملفلیان

DATE / / SUBJECT:

۵

$$\underbrace{\frac{۱}{\sqrt{۲}}(\cos x - \sin x) = \frac{۱}{\sqrt{۲}}} \to \frac{\sqrt{۶}}{۲} m - ۳\sqrt{۶}\sin^۲ x = \sqrt{۶} \xrightarrow{*} \frac{m}{۲} - ۱ = ۱ \to \boxed{m = ۴}$$

برابر ۲

$$\frac{۳}{۲} = ۱ - \sin^۲ x$$

$$\sin^۲ x = \frac{۱}{۲} \; \textcircled{*}$$

۶

$$\cos(x - \frac{\pi}{۶}) = \cos(\frac{\pi}{۶} - x) = \sin(\frac{\pi}{۲} - \frac{\pi}{۶} + x) = \sin(\frac{\pi}{۳} + x) \to \sin(x + \frac{\pi}{۳})^۲ = ۱$$

$$\to \sin(x + \frac{\pi}{۳}) = \pm ۱ \to \begin{cases} x + \frac{\pi}{۳} = \frac{\pi}{۲} + ۲k\pi \to x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \to x = \frac{\pi}{۶} \\ x + \frac{\pi}{۳} = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۲} \to x = ۲k\pi + \frac{۷\pi}{۶} \to x = \frac{۷\pi}{۶} \end{cases} \to \boxed{\text{۲ جواب}}$$

۷

$$۲(\frac{۱}{۲}\sin x + \frac{\sqrt{۳}}{۲}\cos x) = \sqrt{۲} \to \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \sin(x + \frac{\pi}{۳}) = \sin(\frac{\pi}{۴}) \to \begin{cases} x + \frac{\pi}{۳} = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴} \\ x + \frac{\pi}{۳} = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۴} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۱۲} \\ x = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۱۲} \end{cases} \to x = \frac{-\pi}{۱۲}, ۲\pi - \frac{\pi}{۱۲}, \frac{۵\pi}{۱۲}, \to \text{جمع} = ۲\pi + \frac{\pi}{۴} = \boxed{\frac{۹\pi}{۴}}$$

۸

$$۴\sin x \times (-\cos x) = ۱ \to \sin ۲x = \frac{-۱}{۲} = \sin\frac{۷\pi}{۶} \to \begin{cases} ۲x = ۲k\pi + \frac{۷\pi}{۶} \to x = k\pi + \frac{۷\pi}{۱۲} \\ ۲x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۶} \to x = k\pi - \frac{\pi}{۱۲} \end{cases}$$

$$\to x = \pi - \frac{\pi}{۱۲}, ۲\pi - \frac{\pi}{۱۲}, \frac{۷\pi}{۱۲}, \pi + \frac{۷\pi}{۱۲} \to \text{جمع} = ۴\pi + \pi = \boxed{۵\pi}$$

پویا ملفلیان

$۱+\cos ۲\alpha = ۲\cos^۲\alpha \ , \ ۱+\cos ۴\alpha = ۲\cos^۲ ۲\alpha \ , \ ۱+\cos ۸\alpha = ۲\cos^۲ ۴\alpha \rightarrow$ ⑨

$\cos^۲\alpha \times \cos^۲ ۲\alpha \times \cos^۲ ۴\alpha = \frac{۱}{۶۴} \xrightarrow{\times \sin^۲\alpha} \frac{۱}{۶۴} \times \sin^۲ ۸\alpha = \frac{۱}{۶۴} \times \sin^۲\alpha \rightarrow \sin^۲ ۸\alpha = ۱ \times \sin^۲\alpha$

$\rightarrow \sin ۸\alpha = \sin\alpha \rightarrow \alpha = \frac{۲k\pi}{۷}$

$\rightarrow \alpha = \frac{۲k\pi}{۹} + \frac{\pi}{۹}$

$= \sin(-\alpha) \rightarrow \alpha = \frac{۲k\pi}{۹}$

$\rightarrow ۷\alpha = ۲k\pi + \pi \rightarrow \alpha = \frac{۲k\pi}{۷} + \frac{\pi}{۷}$

$\text{Max}A \rightarrow \frac{۲k\pi}{۹} \rightarrow \boxed{\frac{۸\pi}{۹}}$

در مجموعه جواب عدد π نیز به چشم می خورد اما غیرقابل قبول است چرا که ما در ابتدا طرفین را در $\sin^۲\alpha$ ضرب کردیم و اگر $\alpha = \pi$ باشد مثل این است طرفین یک معادله را در صفر ضرب کنیم. عجب سوالی بود!

$\tan ۳x = \cot x = \tan(\frac{\pi}{۲} - x) \rightarrow ۳x = k\pi + \frac{\pi}{۲} - x \rightarrow x = \frac{k\pi}{۴} + \frac{\pi}{۸}$ ⑩

$\rightarrow x = \pi + \frac{\pi}{۸} \ , \ \frac{۵\pi}{۴} + \frac{\pi}{۸} \ , \ \frac{۳\pi}{۲} + \frac{\pi}{۸} \ , \ \frac{۷\pi}{۴} + \frac{\pi}{۸} \rightarrow$ جمع $= \frac{۲۲\pi}{۴} + \frac{۴\pi}{۸} = \frac{۴۸\pi}{۸} = \boxed{۶\pi}$

Sahand

CamScanner