سمیه دستجردی

۲۰ آزمون به سمیه

شماره تکلیف: ۱۸

(۱)

الف) $\lim_{x\to 2^+} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{9}{3} = 3$

ب) $\lim_{x\to 2^-} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{9}{3} = 3$

ج) $\lim_{x\to 2} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{9}{3} = 3$

د) $\lim_{x\to 0} \frac{2x+7}{[x^2]} = \frac{7}{0}$ = تعریف نشده

۲

(۲)

الف) $\lim_{x\to 3^-} 4[x]-2 = 4\times 2-2 = 6$

ب) $\lim_{x\to 3^-} [4x-2] = [10^-] = 9$

ج) $[\lim_{x\to 3^-} 4x-2] = [10] = 10$

د) $[\lim_{x\to 3^+} 4x-2] = [10] = 10$

۲

(۳)

الف) $\lim_{x\to 3^-} \frac{3[x]+1}{2} = \frac{3\times 2+1}{2} = \frac{7}{2}$

ب) $\lim_{x\to 3^-} [\frac{3x+1}{2}] = [5^-] = 4$

ج) $[\lim_{x\to 3^-} \frac{3x+1}{2}] = [5] = 5$

د) $[\lim_{x\to 3^+} \frac{3x+1}{2}] = [5] = 5$

۲

(۴)

الف) $\lim_{x\to -1} \frac{\cancel{x-5}}{(\cancel{x-5})(x+1)} = \begin{cases} \lim_{x\to -1^+} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x\to -1^-} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{0^-} = -\infty \end{cases}$

ب) $\lim_{x\to 3} \frac{x-4}{(x-3)^2} = \begin{cases} \lim_{x\to 3^+} \frac{x-4}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x\to 3^-} \frac{x-4}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \end{cases}$ حد ندارد ←

۲

(۵)

الف) $\lim_{x\to -3} [-3x]-[5x] = \begin{cases} \lim_{x\to -3^+} [-3x]-[5x] = 8-(-15) = 23 \\ \lim_{x\to -3^-} [-3x]-[5x] = 9-(-16) = 25 \end{cases}$ حد ندارد ←

۲

ب) $\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\left[\frac{-1}{x^4}\right] \Rightarrow x<-\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{x}>-2 \Rightarrow \frac{1}{x^4}<16 \Rightarrow \boxed{\frac{-1}{x^4}>-16} \Rightarrow$

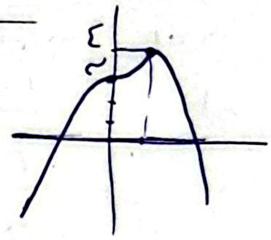
$\left[\frac{-1}{x^4}\right]=\boxed{-16}$

---

(۶)

الف) $\lim_{x\to1}[4x^3-3x^4+3]$ $\xrightarrow{\text{مشتق بگیریم}}$ $y'=12x^2-12x^3=-12x^2(x-1)$

x		0		1	
y'	$+$	0	$+$	0	$-$
y	$\nearrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$



$$\begin{cases}\lim_{x\to1^+}[4x^3-3x^4+3]=[4^-]=3\\ \lim_{x\to1^-}[4x^3-3x^4+3]=[4^-]=3\end{cases}$$

ب) $\lim_{x\to0}[4x^3-3x^4+3]$

از جدول تعیین علامت و شکل بالا استفاده می‌کنیم

$$\begin{cases}\lim_{x\to0^+}[4x^3-3x^4+3]=[3^+]=3\\ \lim_{x\to0^-}[4x^3-3x^4+3]=[3^-]=2\end{cases}$$ $\to$ حد ندارد

---

(۷)

الف) $\lim_{x\to2}\frac{|x^3-8|}{x^2-4}$ ،
$$\begin{cases}\lim_{x\to2^+}\frac{x^3-8}{x^2-4}=\frac{x^2+2x+4}{x+2}=\frac{4+4+4}{4}=\frac{12}{4}=3\\ \lim_{x\to2^-}\frac{-(x^3-8)}{x^2-4}=\frac{-(x^2+2x+4)}{x+2}=\frac{-12}{4}=-3\end{cases}$$ $\to$ حد ندارد

ب) $\lim_{x\to\pi}$ ،
$$\begin{cases}\lim_{x\to\pi^+}\frac{-\sin x}{\sin2x}=\frac{-1}{2\cos x}=\frac{-1}{2\times-1}=\frac{1}{2}\\ \lim_{x\to\pi^-}\frac{\sin x}{\sin 2x}=\frac{1}{2\cos x}=\frac{1}{2\times-1}=-\frac{1}{2}\end{cases}$$ $\to$ حد ندارد

---

(۸)

الف) $\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}}\sqrt{\cos x}$ ،
$$\begin{cases}\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}^+}\sqrt{\cos x}=\sqrt{0^+}=0\\ \lim_{x\to\frac{3\pi}{2}^-}\sqrt{\cos x}=\sqrt{0^-}=\text{تعریف نشده}\end{cases}$$ $\to$ حد ندارد

ب) $\lim_{x\to0}\sqrt{x-2\sqrt{x}}$ ،
$$\begin{cases}\lim_{x\to0^+}\sqrt{x-2\sqrt{x}}=\text{تعریف نشده}\\ \lim_{x\to0^-}\sqrt{x-2\sqrt{x}}=\text{تعریف نشده}\end{cases}$$ $\to$ حد ندارد

(۹

الف) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{(-1)^{[\sin x]}}{x^3-x^2} = \dfrac{(-1)^{[0^+]}}{x^3-x^2} = \dfrac{1}{x^2(x-1)} = \dfrac{1}{0^+ \times -1} = \dfrac{1}{0^-} = -\infty$

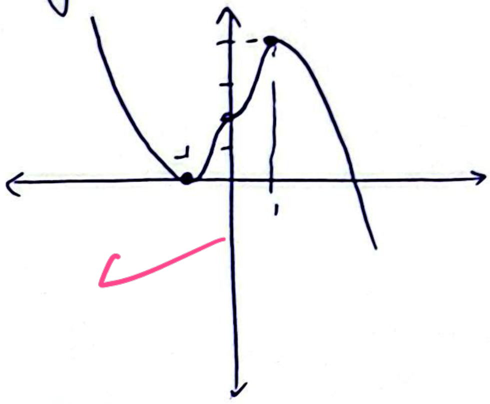
ب) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-[x^2]}{x-[x]} = \begin{cases} \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^2-4}{x-2} = x+2 = 4 \\ \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x^2-3}{x-1} = \dfrac{1}{1} = 1 \end{cases}$

۲

(۱۰

الف) $y = 5x^3 - 3x^5 + 2 \longrightarrow y' = 15x^2 - 15x^4 = -15x^2(x^2-1)$

x		-1		0		$+1$	
y'	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$
y	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$



۲

ب) $y = x^4 - 2x^2 + 3 \longrightarrow y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2-1) \to$

x		-1		0		1	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$