به نام خدا
ماهان نژادکرد

۲۰ آفرین به شما

دوازدهم تجربی B

تکلیف ۱۸

۱-

الف) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{2x+5}{x+1} = \dfrac{2(2)+5}{2+1} = \dfrac{9}{3} = 3$

۲

ب) $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{2x+5}{x+1} = \dfrac{2(2)+5}{2+1} = \dfrac{9}{3} = 3$

ج) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2x+5}{x+1} = \dfrac{2(2)+5}{2+1} = \dfrac{9}{3} = 3$

د) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x+7}{[x^2]} = \dfrac{7}{[0^+]} = \dfrac{7}{0} = ?!$ تعریف نشده (حد)

زیرا مخرج ۰ دقیق است

۲-

الف) $\lim\limits_{x\to 3^-} 4[x]-2 = 4(2)-2 = 6$

$2 \le x < 3 \Rightarrow [x] = 2$

۲

ب) $\lim\limits_{x\to 3^-} [4x-2] = [12^- - 2] = [10^-] = 9$

$x<3 \Rightarrow 4x<12 \Rightarrow 4x-2<10 \Rightarrow [4x-2]=9$

ج) $[\lim\limits_{x\to 3^-} 4x-2] = [4(3)-2] = [10] = 10$

د) $[\lim\limits_{x\to 3^+} 4x-2] = [4(3)-2] = [10] = 10$

جواب حد به صورت دقیق اعلام می‌شود

۳-

الف) $\lim \dfrac{3[x]+1}{2} = \dfrac{3\times 2+1}{2} = \dfrac{7}{2}$

$x<3 \Rightarrow [x] = 2$

ب) $\lim \left[\dfrac{3x+1}{2}\right] = \left[\dfrac{10^-}{2}\right] = [5^-] = 4$

$x<3 \Rightarrow 3x<9 \Rightarrow 3x+1<10 \Rightarrow \dfrac{3x+1}{2}<5$

$\Rightarrow \left[\dfrac{3x+1}{2}\right] = 4$

۲

ج) $\left[\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{3x+1}{2}\right] = \left[\dfrac{3(3)+1}{2}\right] = [5] = 5$

د) $\left[\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{3x+1}{2}\right] = \left[\dfrac{3(3)+1}{2}\right] = [5] = 5$

۴- الف) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-5}{x^2-6x+5} = \dfrac{-4}{0}$

$\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{-4}{0^-} = \cancel{+}\infty$

$\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{-4}{0^+} = \cancel{-}\infty$

حد ندارد

۲

$x^2-6x+5:$

	1		5	
$+$		$-$		$+$

ب) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-4}{x^2-6x+9} = \dfrac{x-4}{(x-3)^2} = \dfrac{-1}{0^+} \cancel{=} -\infty$

حد ندارد

	3	
$+$		$+$

البته باید عبارت مخرج را تعیین علامت کرد و در دو شاخه بررسی کرد

۵- الف) $\lim\limits_{x\to -3} [-3x]-[5x] = [9]-[-15] = !?$

$\lim\limits_{x\to -3^-} [-3x]-[5x] = 9+16 = 25$

$x<-3 \Rightarrow \begin{cases} \cancel{-3x>9} \Rightarrow [-3x]=9 \\ 5x<-15 \Rightarrow [5x]=-16 \end{cases}$

حد ندارد

۲

$\lim\limits_{x\to -3^+} [-3x]-[5x] = 8\cancel{+15} = 23$

$x>-3 \Rightarrow \begin{cases} -3x<9 \Rightarrow [-3x]=8 \\ 5x>-15 \Rightarrow [5x]=-15 \end{cases}$

ب) $\lim\limits_{x\to (-\frac{1}{4})^-} \left[\dfrac{-1}{x^2}\right] = -16$

$x<-\dfrac{1}{4} \Rightarrow x^2 > \dfrac{1}{16} \Rightarrow \dfrac{1}{x^2} < 16 \Rightarrow \dfrac{-1}{x^2} > -16$

$\Rightarrow \left[\cancel{-\dfrac{1}{x^2}}\right] = -16$

$x\to(-\frac{1}{4})^-$

۶- الف) $\lim\limits_{x\to 1} [\overbrace{4x^3-3x^4+2}^{f(x)}] = \dfrac{3}{\cancel{4}}$

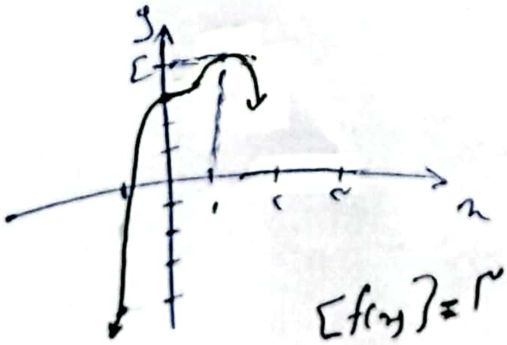
$f(x) = -3x^4+4x^3+2$

$\Rightarrow f'(x) = -12x^3+12x^2 = x^2(-12x+12)$

	0		1	
$+$		$+$		$-$

$f(x)=3 \quad f(x)=4$

۲



با توجه به شکل، در نقطه ۱، ماکزیمم نسبی داریم پس $[f(x)]=3$

ب) $\lim_{x\to 0} [4x^3-2x^4+3] = [3]$ $\left(\lim_{x\to 0^+} [4x^3-2x^4+3] = [3^+] = 3 ,\ \lim_{x\to 0^-} [4x^3-2x^4+3] = [3^-] = 2 \right.$

حد ندارد

۷-

الف) $\lim_{x\to 2} \frac{|x^3-8|}{x^2-4} = \begin{cases} \lim_{x\to 2^+} \frac{x^3-8}{x^2-4} = \frac{(x-2)(x^2+4+2x)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2+2x+4}{x+2} = \frac{12}{4} = 3 \\ \lim_{x\to 2^-} \frac{-(x^3-8)}{x^2-4} = \frac{-(x-2)(x^2+4+2x)}{(x-2)(x+2)} = \frac{-x^2-2x-4}{x+2} = -3 \end{cases}$

حد ندارد

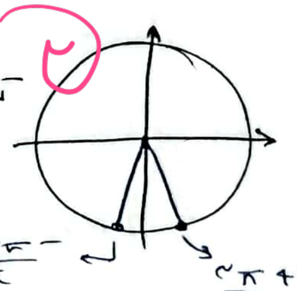
ب) $\lim_{x\to \pi} \frac{|\sin x|}{\sin 2x} = \begin{cases} \lim_{x\to \pi^+} \frac{-\sin x}{\sin 2x} = \frac{-\sin x}{2\sin x\cos x} = \frac{-1}{2\cos x} = \frac{-1}{2\times(-1)} = \frac{1}{2} \\ \lim_{x\to \pi^-} \frac{\sin x}{\sin 2x} = \frac{\sin x}{2\sin x\cos x} = \frac{1}{2\cos x} = \frac{-1}{2} \end{cases}$

حد ندارد

۸-

الف) $\lim_{x\to \frac{3\pi}{2}} \sqrt{\cos x} = \begin{cases} \lim_{x\to (\frac{3\pi}{2})^+} \sqrt{\cos x} = \sqrt{0^+} = 0 \\ \lim_{x\to (\frac{3\pi}{2})^-} \sqrt{\cos x} = \sqrt{0^-} \longrightarrow \text{تعریف نشده} \end{cases}$

حد ندارد



البته شکل به صورت غیرواقعی رسم شده است.

ب) $\lim_{x\to 0} \sqrt{x-2\sqrt{x}} = \begin{cases} \lim_{x\to 0^-} \sqrt{x-2\sqrt{0^-}} \longrightarrow \text{تعریف نشده} \\ \lim_{x\to 0^+} \sqrt{x-2\sqrt{x}} = \sqrt{\underbrace{\sqrt{x}}_{+}\underbrace{(\sqrt{x}-2)}_{-}} \end{cases}$

حد ندارد

زیرا رادیکال منفی است و تعریف نمی‌شود

$\begin{array}{c|c|c} & 0 & 4 \\ + & - & + \end{array}$

۹-

الف) $\lim_{x\to 0^+} \frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^3-x^2} = \frac{(-1)^0}{x^2(x-1)} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

$x^3-x^2:$ $\begin{array}{c|c|c} & 0 & 1 \\ - & - & + \end{array}$

ب) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-[x^2]}{x-[x]} = \begin{cases} \lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-[x^2]}{x-[x]} = \frac{x^2-4}{x-2} = x+2 = 4 \\ \lim_{x\to 2^-} \frac{x^2-[x^2]}{x-[x]} = \frac{x^2-3}{x-1} = \frac{1}{1} = 1 \end{cases}$

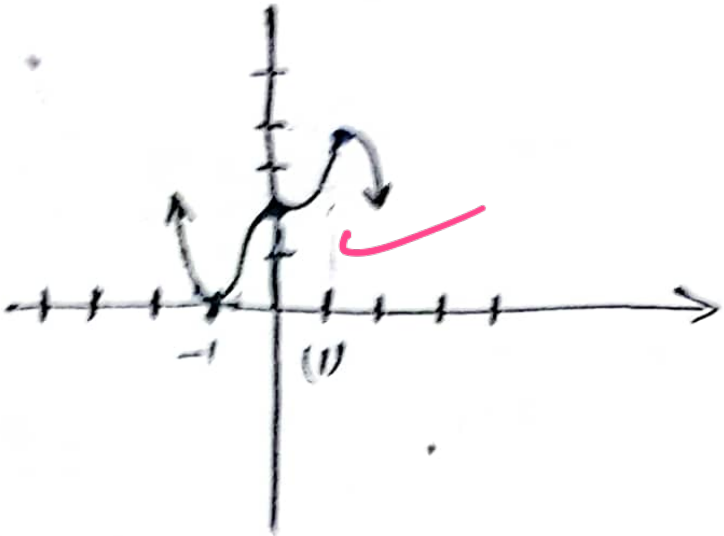
حد ندارد

۱۰-

الف) $y = 5x^3 - 3x^5 + 2$

$\Rightarrow y' = -15x^4 + 15x^2 = 15x^2(-x^2+1)$

$\begin{array}{c|c|c|c} & -1 & 0 & 1 \\ - & + & + & - \\ & y=0 & y=2 & y=4 \end{array}$



ب) $y = x^4 - 2x^2 + 2$

$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$