سجاد سبحانی

شماره تکلیف: ۱۹

(۱)

$$\lim_{x\to -2^+} 2\left[\frac{2-x}{2}\right]+a\left[\frac{x+2}{6}\right]=2[2^-]+a\left[\frac{0^+}{6}\right]=2$$

$$\lim_{x\to -2^-} 2\left[\frac{2-x}{2}\right]+a\left[\frac{x+2}{6}\right]=4+a\left[\frac{0^-}{6}\right]=4-a$$

$$\lim_{x\to(-2)^+} f(x)=\lim_{x\to(-2)^-} f(x) \Rightarrow 4-a=2 \Rightarrow a=2 \Rightarrow \left[\frac{3}{2}\right]=1$$

(۲)

$$\lim_{x\to\left(\frac{\pi}{6}\right)^-} [2\sin x-1]=[1^- -1]=[0^-]=-1$$

(۳)

$$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})} [8x^3-x]=[-0.5]=-1$$

(۴)

$$x<-\frac{1}{2}\to \frac{1}{x}>-2\to \frac{1}{x^2}<4 \quad \begin{cases} \frac{3}{x^2}<12\to\left[\frac{3}{x^2}\right]=11 \\ \frac{-2}{x^2}>-8\to\left[\frac{-2}{x^2}\right]=-8 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-} \frac{10x-5+\left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}=\frac{10x+6}{16x+8}=\frac{5x+3}{8x+4}=\frac{\frac{1}{2}}{0^-}=-\infty$$

(۵)

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{\sin^2\pi x}{[x]+\cos\pi x}=\frac{\sin^2(\pi-\pi x)}{1-\cos(\pi-\pi x)}=\frac{(\pi-\pi x)^2}{\frac{(\pi-\pi x)^2}{2}}=2$$

* البته می‌توان با تبدیل $\sin^2\pi x$ به $1-\cos^2\pi x$ این سوال را حل کرد.

6

$$\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{3x+4}-\sqrt{2x+3}}{1+\sqrt[3]{x}}\times\frac{\text{مزدوج}}{\text{مزدوج}}\times\frac{\text{مزدوج}}{\text{مزدوج}}=\frac{x+1}{1+x}\times\frac{3}{2}\quad\boxed{\frac{3}{2}}$$

7

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}}=\frac{(\cancel{\sqrt{x}-1})(2\sqrt{x}-5)}{4x^2-3x-1}=\frac{-3}{2\times\frac{5}{4}}=$$

$$\frac{4(\cancel{x-1})(x+\frac{1}{4})}{\cancel{\sqrt{x}+1}}\qquad\boxed{\frac{-6}{5}}$$

8

$$\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac{1}{2}\Rightarrow a+\sqrt{c}=0\Rightarrow\boxed{c=a^2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+a^2}}{x}=\frac{0}{0}\Rightarrow\lim_{x\to 0}\frac{a^2-bx-a^2}{2a(x)}=\frac{-b}{2a}=\frac{1}{2}\rightarrow$$

$$\frac{b}{a}=-\frac{1}{2}\rightarrow$$

$$b=-\frac{a}{2}$$

$$\frac{ab}{c}=\frac{a\times-\frac{a}{2}}{a^2}=\boxed{-\frac{1}{2}}$$

9

$$\lim_{x\to -2\pi^+}\frac{4+k[-2^+]}{\sin -2\pi^+}=\frac{4-2k}{0^+}=+\infty\rightarrow 4-2k>0\rightarrow\boxed{k<2}$$

$$\lim_{x\to -2\pi^-}\frac{4+k[-2^-]}{\sin -2\pi^-}=\frac{4-3k}{0^-}=+\infty\rightarrow 4<3k\rightarrow\boxed{\frac{4}{3}<k}$$

$$k\in\left(\frac{4}{3},2\right)\Rightarrow -k\in\left(-2,-\frac{4}{3}\right)\rightarrow\boxed{[-k]=-2}$$

(۱۰) چون صورت صفر می‌شود
مخرج آن نیز به ازای ۸ ، x نیز
صفر می‌شود پس :

$$\lim_{x\to 8} \frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b}$$

$8a-b=0 \to b=8a$

$$\to \lim_{x\to 8} \frac{8\cancel{a}\left(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2\right)}{\cancel{a}(x-8)} = \frac{\cancel{8}^{2}\,\cancel{(\sqrt[3]{x}-2)}}{\cancel{4}\,\cancel{(x-8)}} = \frac{2}{12} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

$$\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4$$