Date ______ Subject رادمهر حقیقی

۱)
$$f(x)=۲\left[\frac{۲-x}{۲}\right]+a\left[\frac{x+۲}{۳}\right]$$

$$\left.\begin{aligned}\lim_{x\to -۲^+} f(x) &= \lim_{x\to -۲^+} ۲(۱)+a(۰)=۲\\ \lim_{x\to -۲^-} f(x) &= \lim_{x\to -۲^-} ۲(۲)+a(-۱)=۴-a\end{aligned}\right\} \Rightarrow ۲=۴-a \to a=۲$$

۲)
$$\lim_{x\to (\frac{\pi}{۶})^-} [۲\sin x-۱]=L \qquad ۰<x<\frac{\pi}{۶} \to ۰<\sin x<\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow -۱<۲\sin x-۱<۰ \Rightarrow [۲\sin x-۱]=-۱ \Rightarrow L=-۱$$

۳)
$$f(x)=۸x^۳-x \Rightarrow f(-\tfrac{۱}{۲})=-۱+\tfrac{۱}{۲}=-\tfrac{۱}{۲}$$

$$\lim_{x\to -\frac{۱}{۲}} [f(x)]=-۱$$

۴)
$$\lim_{x\to (-\frac{۱}{۲})^-} \frac{۱۰x-۵+\left[\frac{۳}{x^۲}\right]}{۱۶x-\left[-\frac{۲}{x^۲}\right]}=L$$

$$\left\{\begin{aligned} &x<-\tfrac{۱}{۲} \to x^۲>\tfrac{۱}{۴} \to \tfrac{۱}{x^۲}<۴\\ &\tfrac{۳}{x^۲}<۱۲ \ ,\ -\tfrac{۲}{x^۲}>-۸\\ &\left[\tfrac{۳}{x^۲}\right]=۱۱ \ ,\ \left[\tfrac{-۲}{x^۲}\right]=-۸\end{aligned}\right.$$

$$L=\lim_{x\to (-\frac{۱}{۲})^-} \frac{۱۰x-۵+۱۱}{۱۶x+۸}=\frac{۱}{۰^-}=-\infty$$

۵)
$$\lim_{x\to ۱^+} \frac{\sin^۲(\pi x)}{[x]+\cos \pi x}=\lim_{x\to ۱^+} \frac{\sin^۲(\pi x)}{۱+\cos \pi x}$$

$$=\lim_{x\to ۱^+} \frac{۱-\cos^۲(\pi x)}{۱+\cos(\pi x)}=\lim_{x\to ۱^+}(۱-\cos(\pi x))=۲$$

۶)
$$L_۱=\lim_{x\to -۱} \frac{\sqrt{۲x+۳}-۱}{x+۱} \ ,\ L_۲=\lim_{x\to -۱} \frac{\sqrt{۳x+۴}-۱}{x+۱}$$

$$L_۳=\lim_{x\to -۱} \frac{\sqrt[۳]{x}+۱}{x+۱}$$

$$L=\lim_{x\to -۱} \frac{\left(\frac{\sqrt{۲x+۳}-۱}{x+۱}\right)-\left(\frac{\sqrt{۳x+۴}-۱}{x+۱}\right)}{\frac{\sqrt[۳]{x}+۱}{x+۱}}$$

$$L=\frac{L_۱-L_۲}{L_۳}=-\frac{۳}{۲}$$

$$L_۱=\lim_{x\to -۱} \frac{(۲x+۳)-۱}{(x+۱)(\sqrt{۲x+۳}+۱)}=۱$$

$$L_۲=\lim_{x\to -۱} \frac{(۳x+۴)-۱}{(x+۱)(\sqrt{۳x+۴}+۱)}=\frac{۳}{۲}$$

$$L_۳=\frac{۱}{۳}$$

Subject ________ Date ________

(۷

$$\lim_{x\to 1}\frac{۲x-۷\sqrt{x}+۵}{۲x-\sqrt{۳x+۱}}=\lim_{x\to ۱}\frac{(\sqrt{x}-۱)(۲\sqrt{x}-۵)}{\frac{۴x^۲-(۳x+۱)}{۲x+\sqrt{۳x+۱}}}$$

$$\lim_{x\to ۱}\underbrace{\frac{(\sqrt{x}-۱)}{x-۱}}_{\frac{۱}{۲}}\times\frac{(۲\sqrt{x}-۵)}{(۴x+۱)}(۲x+\sqrt{۳x+۱})=\frac{۱}{۲}\times\frac{-۳}{۵}\times۴=-\frac{۶}{۵}$$

(۸

$$\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac{۱}{۴}\longrightarrow a+\sqrt{b(0)+c}=0\to\sqrt{c}=-a\to c=a^۲$$

$$\Rightarrow\frac{-a^۲+(bx+c)}{x(\sqrt{bx+c}-a)}=\frac{bx}{x(\sqrt{bx+c}-a)}=\frac{b}{\sqrt{bx+c}-a}$$

$$x=0\longrightarrow\frac{۱}{۴}=\frac{b}{\sqrt{c}-a}=\frac{b}{-۲a}\Rightarrow b=-\frac{a}{۲}$$

$$\frac{ab}{c}=\frac{a(-\frac{a}{۲})}{a^۲}=-\frac{۱}{۲}$$

(۹

$$\lim_{x\to(-۲\pi)}\frac{۴+k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x}=+\infty$$

$$\text{I)}\ x>-۲\pi\to\sin x>0\longrightarrow ۴+k[\tfrac{x}{\pi}]>0\to ۴+k(-۲)>0$$
$$k<۲$$

$$\text{II}\ x<-۲\pi\to\sin x<0\longrightarrow ۴+k[\tfrac{x}{\pi}]<0\to ۴-۳k<0\to k>\frac{۴}{۳}$$

$$-۲<-k<-\frac{۴}{۳}\longrightarrow[-k]=-۲$$

(۱۰

$$L=\lim_{x\to ۸}\frac{\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}-۲}{(\frac{a}{b})x-۱}$$

→ در صورت = ۰

→ مخرج باید ۰ باشد ⇒ $\frac{a}{b}=\frac{۱}{۸}$ پس $\frac{۱}{۸}(x-۸)$

$$f(x)=۸\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}\longrightarrow L=\lim_{x\to ۸}\frac{f(x)-f(۸)}{x-۸}=f'(۸)$$

تعریف مشتق در نقطه...

$$f'(x)=۸\times\frac{۱}{۳}(x^{-\frac{۲}{۳}})\times\frac{۱}{۲}(۲+\sqrt[۳]{x})^{-\frac{۱}{۲}}$$

$$f'(۸)=۸\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\underline{\underline{\frac{۱}{۶}}}$$