شماره تکلیف: ۲

سجاد سبحانی — ۲۰ آفرین!

۱) (۲)

$f(x) = x^2 + 2x + 1 + 9x^2 - 6x + 1 + mx^2 + nx + mn$

$\left.\begin{array}{l} m = -10 \\ n = 4 \end{array}\right\} \longrightarrow f(x) = -38$

$g(x) = \{(4, x)(x, p+1)(p+1, -1)(-9, p+k)\}$ — $-10 \quad 4 \quad -9$

$\left.\begin{array}{l} p = -11 \\ k = 10 \end{array}\right\} \longrightarrow m+n+p+k = -10 + 4 - 11 + 10 = -7$

۲) (۲)

الف) $\dfrac{x-2}{(x^2-4)(x^2+2)} \geq 0 \longrightarrow$ $-2 \quad 2^*$: $- \quad + \quad +$

$D_f = (-2, 2) \cup (2, +\infty)$

ب) $4 - 2[-x] \neq 0 \Rightarrow [-x] \neq 2 \Rightarrow$ پس نباید $-3 < x \leq -2 \longrightarrow$

$D_f = \mathbb{R} - (-3, -2]$

۳) (۲)

الف) $y = \dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{x + |x|}}$ ، $x + |x| \to \mathbb{R}^+$

$x(x^2-1) \geq 0 \longrightarrow$ $-1 \quad 0 \quad 1$: $- \quad + \quad - \quad +$

$\Rightarrow D_f = [1, +\infty)$

ب) $y = \dfrac{\sqrt{|x-2| - x^2}}{|x| - 1}$ ، $x \neq \pm 1$

$\Rightarrow |x-2| - x^2 \geq 0 \longrightarrow (x - 2 - x^2)(x - 2 + x^2) \leq 0 \longrightarrow$

$(x^2 - x + 2)(x^2 + x - 2) \leq 0$ (همواره +)

$x \in [-2, 1]$

$\Rightarrow D_f = [-2, 1) - \{-1\}$

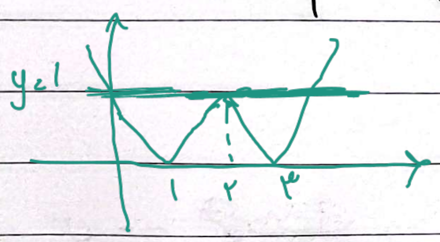
(۴) (۲)

$||x-2|-1|-k \neq 0 \longrightarrow ||x-2|-1| \neq k \longrightarrow k \geq 0$

$|x-2|-1 \neq \pm k \longrightarrow |x-2| \neq \pm k+1 \longrightarrow$

$$\begin{cases} |x-2| \neq k+1 \longrightarrow \begin{cases} x-2 \neq k+1 \longrightarrow x \neq k+3 \\ x-2 \neq -k-1 \longrightarrow x \neq -k+1 \end{cases} \\ |x-2| \neq -k+1 \longrightarrow \begin{cases} x-2 \neq -k+1 \longrightarrow x \neq -k+3 \\ x-2 \neq k-1 \longrightarrow x \neq -k+1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Longrightarrow k \in \{1,3\} \Longrightarrow \begin{cases} k=1 \longrightarrow x \neq 4,\ x \neq 0,\ x \neq 2 \ ✓ \\ x=3 \longrightarrow x \neq 6,\ x \neq -2,\ x \neq 0 \end{cases}$$



با رسم شکل راحت تر به جواب می رسی!

پس $k=1$ باشد؟

(۵) (۲)

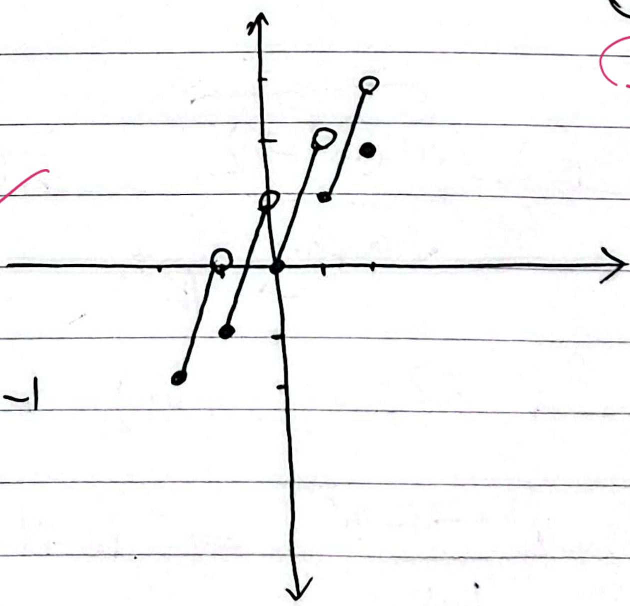
$x \in [-2,-1) \longrightarrow y = 2x+2$

$x \in [-1,0) \longrightarrow y = 2x+1$

$x \in [0,1) \longrightarrow y = 2x$

$x \in [1,2) \longrightarrow y = 2x-1$

$x = 2 \longrightarrow y = 2$



$a=-1$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{(x-1)(x-2)}{x+a}+b = x-2+b \to b=2 & \\ \dfrac{(x-1)(x-c)}{x-c}+b = x-1+b \to b=1 & \end{cases}$$

$a=-2$

$\rightsquigarrow a-b=-1-2=-3$ ✓

(۹) (۲)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x(x^2-1)+2(x^2-1)}{x^2-1} & x\neq\pm1 \\ \text{یک عدد ثابت} & \end{cases}$$

$$\frac{ax+2}{x+b} \qquad x=\pm1$$

(۷) (۲)

$g(x)=x+c \to c=2$ ✓

$\rightsquigarrow (1,2),(-1,0)$

$\dfrac{a+2}{1+b}=2 \to a+2=2c+2b \to 2b+1=a-2b \to$

$\dfrac{-a+2}{b-1}=1 \to -a+2=b-1 \to c=b+a \to$

$b=10, a=20$

$\rightsquigarrow b+c=10+20=30$ ✓

s.a.m

۱) $۴x - ۲a \geq ۰ \rightarrow x \geq \frac{۲}{۴}a \rightarrow \frac{۲}{۴}a = ۱ \rightarrow a = \frac{۴}{۲}$ (۸)

۲) $b - ۴x \geq ۰ \rightarrow x \leq \frac{b}{۴} \rightarrow \frac{b}{۴} = ۱ \rightarrow b = ۴$ (۲)

۳) $f(x) = \sqrt{۴x - ۴} + k - ۱ \xrightarrow{x=۱} f(۱) = k - ۱$

$g(x) = \sqrt{۴ - ۴x} + ۳k \xrightarrow{x=۱} g(۱) = ۳k$ $\rightarrow ۲k - ۲ = ۳k \rightarrow k = -۱$

$۴a - \frac{b}{۲} - k = ۴ - ۲ + ۱ = ۳$

(۹) (۲)

$D_g = [-۱, +\infty)$

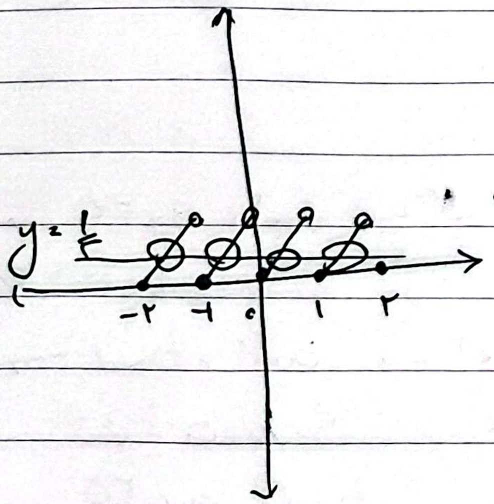
$D_f = (-\infty, m] \rightarrow m = ۷$

$(f-g)(۲) = ۹\sqrt{۲} \rightarrow ۲ + n - ۲\sqrt{۲} = ۹\sqrt{۲} \rightarrow$

$n = ۸\sqrt{۲} - ۲ \Rightarrow m + n = ۵ + ۸\sqrt{۲}$

$y = (-۱)^{۲}(x - [x]) = \frac{۱}{۲} \rightarrow x - [x] = \frac{۱}{۲} \quad (x \in [-۱, ۲])$ (۱۰)

(۲)



۴ ریشه دارد

s.a.m