نام و نام خانوادگی ...آریا ملائی............ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲..... کلاس دوازدهم ریاضی

۱

$f(x)=x^2+2x+1+9x^2-6x+1+mx^2+nx+mn = x^2(10+m)+x(n-4)+2+mn$

درصورتی که x^2 و x ضریب صفر داشته باشند، $f(x)$ تابع ثابت هست.

$10+m=0 \to m=-10$

$n-4=0 \to n=4$

$g(x)=\{(4,-10),(4,p+1),(p+2,-1),(-9,p+k)\}$

$-10=p+1 \to p=-11$ ، $(-9,-1)$

$-1=-11+k \to k=10$

$m+n+p+k=-10+4-11+10=-7$

۲

الف) $y=\sqrt{\frac{x-2}{x^4-2x^2-8}} \to \frac{x-2}{x^4-2x^2-8}\ge 0 \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} x=2$ ریشه مضاعف

$(x^2-4)(x^2+2)=0 \to x=\pm 2$

$x^2=-2$ غ ق ق

-2		2	
$-$	$+$		$+$

با توجه به اینکه مخرج نباید صفر باشد، پس $D_y=(-2,+\infty)-\{2\}$

ب) $f(x)=\frac{2x^2+1}{4-2[-x]}$

$4-2[-x]\neq 0 \to [-x]\neq 2 \to -x\notin[2,3) \to x\notin(-3,-2]$

$\to D_f=\mathbb{R}-(-3,-2]$

۳

الف) $f(x)=\frac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}}$

$x(x^2-1)\ge 0 \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} x=0,\ x=\pm1 \to$

-1		0		1	
$-$	$+$		$-$		$+$

(I) پاسخ ، پاسخ

$|x|+x>0 \to |x|>x \to x\in(0,+\infty)$ (II)

مساوی نمی‌تواند باشد چون مخرج نمی‌تواند صفر شود.

$D_f=I\cap II=[0,+\infty)$

ب) $f(x)=\frac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1}$

$|x-2|-x^2\ge 0 \xrightarrow{x\ge 2} x-2-x^2\ge 0 \xrightarrow[a<0]{\Delta<0}$ هیچکدام

(I) $x<2 \to -x+2-x^2\ge 0 \to$

-2		1	
$-$	$+$		$-$

پاسخ (II)

$|x|-1\neq 0 \to x\neq\pm1$ (III)

$D_f=(I\cap II)-\{III\}=[-2,1]-\{\pm1\}$

۴

$y=\frac{1}{||x-2|-1|-k} \to ||x-2|-1|-k\neq 0 \to ||x-2|-1|\neq k \xrightarrow{k>0} |x-2|-1=\pm k$

چهار عدد یافت شده پس باید ۲ عدد از آنها باهم برابر باشند

$|x-2|=k+1 \xrightarrow{k+1>0} x-2=k+1 \to x=k+3$

$x-2=-k-1 \to x=1-k$

$|x-2|=1-k \to x-2=1-k \to x=3-k$

$x-2=k-1 \to x=k+1$

حالت اول: $k+3=3-k \to k=0$

حالت دوم: $k+3=1-k \to 2k=-2 \to k=-1$

$k+3=k+1 \to 3=1$ غ ق ق

$1-k=3-k \to 1=3$ غ ق ق

$1-k=k+1 \to k=0$

حالت سوم: $3-k=k+1 \to k=1$

حالت چهارم → فقط حالت چهارم صحیح هست

۵

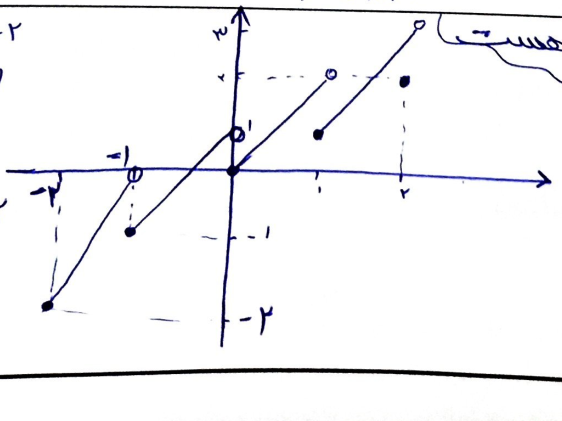
$-2<x<-1 \to 2x+2$

$-1\le x<0 \to 2x+1$

$0\le x<1 \to 2x$

$1\le x<2 \to 2x-1$

$x=2 \to 2x-2$



۶

$f(x) = \frac{x^2-4x+3}{x+a} + b = \frac{(x-3)(x-1)}{x+a} + b$

$a=-1 \rightarrow x-3+b \rightarrow b=3$

$a=-3 \rightarrow x-1+b \rightarrow b=1$

$a-b \xrightarrow[b=3]{a=-1} -1-3=-4$

$a-b \xrightarrow[b=1]{a=-3} -3-(-1)=-2$

مجموعه $a-b \leftarrow \{-4, -2\}$

۷

$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1} & x \neq \pm 1 \\ \frac{ax+2}{x+b} & x = \pm 1 \end{cases}$

$g(0) = f(0) \rightarrow 0 + c = \frac{0+2(0)-(0)-2}{0-1} \Rightarrow c = 2$

$g(1) = f(1) \rightarrow 1+2=3 = \frac{a+2}{1+b} \rightarrow 3+3b = a+2 \rightarrow a = 3b+1 \quad (I)$

$g(-1) = f(-1) \rightarrow -1+2 = 1 = \frac{-a+2}{-1+b} \rightarrow -1+b = -a+2$

$\xrightarrow{(I)} -1+b = -(3b+1)+2 \rightarrow 4b = 2 \rightarrow b = \frac{1}{2}$

$b+c = 2+\frac{1}{2} = 2/5 = \frac{5}{2}$

۸

$D_{f.g} = \{1\} = D_f \cap D_g$

$f(x) = \sqrt{4x-4} + k - 1$

$g(x) = \sqrt{4-4x} + 3k$

$D_f = 4x - 3a \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{3a}{4}$

$D_g = b - 4x \geq 0 \rightarrow x \leq \frac{b}{4}$

$\rightarrow \frac{3a}{4} = \frac{b}{4} = 1 \rightarrow a = \frac{4}{3}, \quad b = 4$

$2f(1) - g(1) = k \rightarrow 2(k-1) - (3k) = k \rightarrow 2k-2-3k = k \rightarrow 2k = -2 \rightarrow k = -1$

$3a - \frac{b}{2} - k = \frac{4}{3} \times 3 - \frac{4}{2} - (-1) = 4-2+1 = 3$

۹

$D_f \cap D_g = D_{f.g} = [-1, 7]$

$D_g = 2x+2 \geq 0 \rightarrow x \geq -1$

$D_f = m - x \geq 0 \rightarrow x \leq m \rightarrow m = 7$

با تطابق دادن با دامنه $f.g$

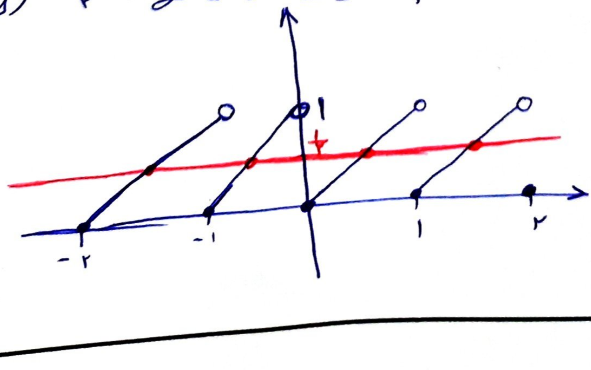
$f(3) - g(3) = 6\sqrt{2} = \sqrt{7-3} + n - \sqrt{6+2} \rightarrow 6\sqrt{2} = n - 2\sqrt{2} + 2 \rightarrow n = 8\sqrt{2} - 2$

$m + n = 7 + 8\sqrt{2} - 2 = 5 + 8\sqrt{2}$

۱۰

$y = (-1)^2(x - [x]) = \frac{1}{2} \rightarrow y = x - [x] = \frac{1}{2}$

$0 \leq x - [x] < 1 \rightarrow$ با این رابطه نمودار را رسم می کنم



$\rightarrow$ ۴ عدد پاسخ داشت