

① تابع f ثابت است پس مجموع ضرایب x^2 باید ۰ شود.

$$f(x) = (10+m)x^2 + (n-4)x + 2 + mn$$

$$10+m=0 \rightarrow m=-10 \quad n-4=0 \rightarrow n=4 \Rightarrow f(x) = -28$$

$$g(x) = \{ (4, -10), (4, p+1), (p+2, -1), (-4, p+k) \} \rightarrow \text{تابع خطی} \rightarrow p+1 = -10 \rightarrow p = -11$$

$$\rightarrow -11+k = -1 \rightarrow k = 10 \rightarrow m+n+p+k = -10+4-11+10 = -7 \checkmark$$

الف) $x^2 = t \rightarrow t^2 - 2t - 1 \rightarrow$ اتحاد جمله مشترک $\rightarrow (t-4)(t+2) = (x^2-4)(x^2+2)$

$$x^2-4=0 \rightarrow x = \pm 2$$

جدول تعیین علامت

همواره مثبت

$$\text{در } x=2: x^2-2=0 \rightarrow x=2$$

$\Rightarrow$ از آنجاکه x^2 صورت با یکی از x^2 ها مضروب شده است $x=2$ به عنوان x^2 مضاعف

$$\begin{array}{c} -\infty & -2 & 2^* & +\infty \\ & - & + & \\ & 0.5 & 0.5 & \end{array} \Rightarrow D_f = (-2, +\infty) - \{2\} \checkmark$$

در نظر گرفته می شود.

$\Rightarrow$ در دامنه تابع تنها x هایی وجود ندارند که مضروب به اعداد آنها منفی شود.

$$4-2[-x] \geq 0 \rightarrow [-x] \geq 2 \rightarrow 2 \leq -x < 3 \rightarrow -2 \geq x > -3 \rightarrow D_f = \mathbb{R} - (-3, -2] \checkmark$$

③ $x \neq 0 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} & x > 0 \rightarrow \text{واقف} \\ 0 & x < 0 \rightarrow \text{مخرج} \end{cases} \Rightarrow 0 < x \quad \text{I}$ (2)

تعین دامنه صورت : $\sqrt{x(x^2-1)} \rightarrow \sqrt{x(x-1)(x+1)} \xrightarrow{\text{I}} \begin{matrix} -\infty & -1 & 0 & 1 & +\infty \\ // & / & \backslash & / & \\ & 0 & 1 & 0 & \end{matrix} \rightarrow$
 با توجه به مخرج

$D_f = [1, +\infty)$ ✓

ب) $0 \leq |x-2| - x^2 \rightarrow \begin{cases} -x^2 + x - 2 & x > 2 \rightarrow x^2 - x + 2 \rightarrow \Delta < 0, a > 0 \rightarrow \text{همواره مثبت} \\ -4 & x = 2 \rightarrow -4 < 0 \rightarrow \text{مخرج} \\ -x^2 - x + 2 & x < 2 \rightarrow x^2 + x - 2 \leq 0 \rightarrow (x+2)(x-1) \leq 0 \rightarrow \end{cases}$

$\frac{-2}{+2-1} \rightarrow x < 2$ و $x \in [-2, 1]$ و $|x-1| \neq 0 \rightarrow x \neq 1 \rightarrow x \in [-2, 1)$

$D_f = [-2, -1) \cup (-1, 1)$ ✓

④ اعدادی که در دامنه وجود ندارند را به مخرج می‌کنند. (2)

$|x-2| - 1 \geq k \rightarrow |x-2| - 1 \geq k \rightarrow |x-2| \geq k+1 \rightarrow x-2 = k+1 \rightarrow x = k+3$
 $|x-2| - 1 \leq -k \rightarrow |x-2| \leq -k+1 \rightarrow x-2 = -k+1 \rightarrow x = -k+3$
 $|x-2| - 1 \leq k \rightarrow |x-2| \leq k+1 \rightarrow x-2 = k+1 \rightarrow x = k+3$
 $|x-2| - 1 \geq -k \rightarrow |x-2| \geq -k+1 \rightarrow x-2 = -k+1 \rightarrow x = -k+3$

از آنجا که دامنه تابع شامل x عدد صحیح نیست پس

قطعاتی از این k عدد باید برابر بوده و داریم $k+3 \neq -k+3$ و $k+3 \neq k+3$ و $-k+3 \neq -k+3$
 $k+3 \rightarrow k \geq 0$ و $-k+3 \rightarrow k \leq 3$



پوایانلیان با رسم شکل راحت تر به جواب می رسی! $\rightarrow k < 1$

DATE / / SUBJECT:

ادامه سوال ۴:

$$\text{ع ق ق} \rightarrow 2, 2 \rightarrow \checkmark \quad k=0 \rightarrow ||x-2|-1| \geq 0 \rightarrow x-2 \geq \pm 1$$

$$\rightarrow \boxed{k=1}, ||x-2|-1| \geq 1 \rightarrow |x-2|-1 \geq \pm 1 \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 0 \\ x=0 \end{cases} \quad \text{ع ق ق} \rightarrow 2, 3 \quad \checkmark$$

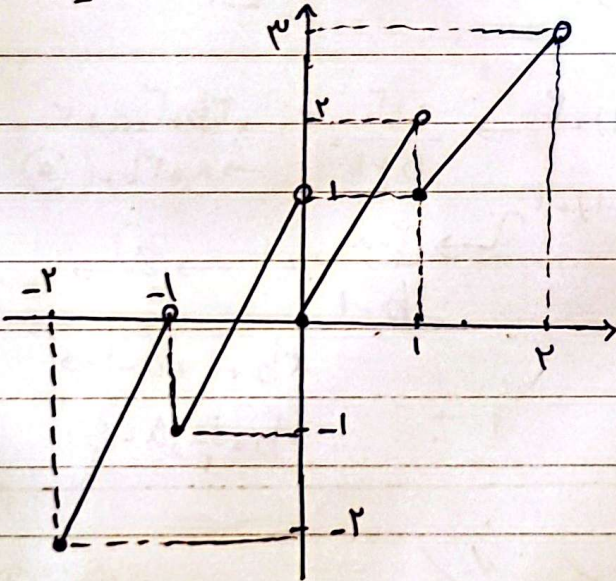
$$-2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = 2x+2 \rightarrow (-2, -2), (-1, 0)$$

۵

$$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = 2x+1 \rightarrow (-1, -1), (0, 1)$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 2x \rightarrow (0, 0), (1, 2)$$

$$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = 2x-1 \rightarrow (1, 1), (2, 3)$$



$$f_{cw} = \frac{(n-1)(n-3)}{n+a} + b$$

⑥ می‌دانیم تابع هائی به فرم $g = n$ است. (۲)

I) $n+a = n-1 \rightarrow a = -1 \rightarrow n-3+b = n \rightarrow b = 3$ در حالت وجود دارد:

II) $n+a = n-3 \rightarrow a = -3 \rightarrow n-1+b = n \rightarrow b = 1$

I) $a-b = -1-3 = -4$, II) $a-b = -3-1 = -4 \rightarrow a-b = \{-4\}$ ✓

⑦ در تابع f در حالت $n \neq \pm 1$ جمع ضرایب صورت و جمع ضرایب توان‌ها برابر است. همچنین جمع ضرایب توان‌ها برابر است. (۲)

$$n^3 + 2n^2 - n - 2 = n^3(n+2) - (n+2) = (n+2)(n^3-1) \rightarrow \frac{n^3 + 2n^2 - n - 2}{n^3-1} = n+2$$

$$\rightarrow n+2 = n+C \rightarrow \boxed{C=2} \rightarrow g(1)=3 \rightarrow \frac{a+2}{b+1} = 3 \rightarrow 2b+3a+2 \rightarrow a=3b+1 \quad (*)$$

$$g(-1)=1 \rightarrow \frac{2-a}{b-1} = 1 \rightarrow \textcircled{2} \rightarrow 2b+1 = b-1 \rightarrow b = \frac{1}{2}, a = \frac{5}{2}$$

$$\rightarrow \boxed{b+C = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}} \quad \checkmark$$

⑧ در تفاضل دو تابع دامنه‌ها را باید یکسان گرفت. پس با توجه به سادگی عمل بودن دامنه تابع نتیجه می‌گیریم: (۲)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{n}{f} \leq n \\ n \leq \frac{b}{f} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{n}{f} = 1 \rightarrow \boxed{a = \frac{f}{n}} \\ \frac{b}{f} = 1 \rightarrow \boxed{b = f} \end{array} \right\} \rightarrow 2f(1) - g(1) = 2k-2-3k = -k-2 = k \rightarrow \boxed{k=1} \rightarrow \boxed{2a - \frac{b}{f} - k = f - 2 + 1 = 3}$$

$$D_{f \circ g} = D_f \cap D_g = [-1, 1] , D_f = (-\infty, m] , D_g = [-1, +\infty) \xrightarrow{h} D_h = [-1, m] \quad (9)$$

$$\rightarrow m = 1 \rightarrow f(x) = \sqrt{1-x} + x , h(x) = g(x) = 2\sqrt{x} \rightarrow 1+x - 2\sqrt{x} = 2\sqrt{x} \rightarrow$$

$$n = 1\sqrt{x} - 2 \rightarrow m + n = 1 + 1\sqrt{x} - 2 = \sqrt{x} - 1 \rightarrow \sqrt{x} - 1 = 1\sqrt{x} - 2 \rightarrow \sqrt{x} = 1 \rightarrow x = 1$$

$$y = (-1)^r (x - [x]) = (x - [x]) = \frac{1}{r} \quad (10) \text{ ۴ جواب دارد.}$$

$$-1 < x < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = x + 2 \rightarrow (-2, 0), (-1, 1)$$

$$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = x + 1 \rightarrow (-1, 0), (0, 1)$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = x \rightarrow (0, 0), (1, 1)$$

$$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = x - 1 \rightarrow (1, 0), (2, 1)$$

