مبین صمدیان

نام و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

۱۷٫۲۵

۱

ریشه مضاعف ← علامت ثابت ← ریشه مخرج $\Rightarrow a = 2$

$x^2 + ax + b = (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow a + b = 0$

۲

۲

$x = \sqrt[3]{4}$ ریشه مضاعف ← علامت ثابت ← ریشه مخرج

$x^2 + ax + b \to (x - \sqrt[3]{4})^2 = x^2 - \sqrt[3]{32}\,x + \sqrt[3]{16} \to \begin{cases} a = -\sqrt[3]{32} \\ b = \sqrt[3]{16} \end{cases}$

$[\frac{b}{a}] = [-\sqrt[3]{\frac{1}{2}}] = -1$

۲

۴

$\lim_{x \to -\frac{1}{2}^+} \frac{16x - [\frac{-2}{x^2}]}{24x + \frac{3}{x^2}} = \lim \frac{16x - [-8^-]}{24x + [-12]}$

$= \lim_{x \to -\frac{1}{2}^+} \frac{16x + 9}{24x - 12} = \frac{-8+9}{-12 + 12} = \frac{+1}{0^+} = \cancel{-\frac{1}{24}}\ +\infty$

۱٫۵

۳

$\lim_{x \to \frac{1}{\sqrt{3}}^+} \frac{[-x] + a}{|\frac{\sqrt{3}}{3}x + a| + a} = \lim \frac{a-1}{|a + \frac{1}{3}^+| + a} = -\infty \to |a + \frac{1}{3}^+| = -a$

$\to \begin{cases} a + \frac{1}{3} = -a \\ a + \frac{1}{3} = +a \end{cases} \to 2a = -\frac{1}{3} \to a = -\frac{1}{6}$

تست $\to \lim \frac{-1/6 - 1}{0^+} \to [a] = -1$

۲

۵

$\lim \frac{x^2 - 4}{x^3 - [8^+]} = \lim \frac{x^2 - 4}{x^3 - 8} = \lim \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{4}{12}$

$= \frac{1}{3}$

۲

$$\lim_{x\to -۸} \frac{x^۲+۱۰x+۱۶}{۱۲+۴x^{۱/۳}} \xrightarrow{hop} \lim_{x\to -۸} \frac{۲x+۱۰}{۶x+\frac{۴}{۳}x^{-\frac{۲}{۳}}} = \frac{-۱۶+۱۰}{۲\times\sqrt[۳]{\frac{۱}{۶۴}}}$$ ۶

$$= \frac{-۶}{-\frac{۱}{۲}} = +۱۲$$

۱٫۷۵

→ صورت هم صفر است

$$K+۱=۰ \Rightarrow \cancel{K=۱} \quad K=-۱ \rightarrow \lim \frac{\cos(\sqrt{a}x)-۱}{-x^۲}$$

$$\xrightarrow[\text{هم ارزی}]{\div} \frac{-\frac{ax^۲}{۲}}{-x^۲} = \frac{a}{۲} = ۳ \rightarrow a=۶ \qquad \frac{a}{k} = -۶$$ ۸

افقی

۲

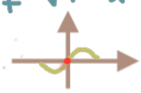
$$\xrightarrow[hop]{\div} \frac{\frac{۱}{\sqrt{x-۳a}}+\frac{۳}{۲\sqrt{x}}}{\frac{x}{\sqrt{x^۲-۹a^۲}}} = \lim_{x\to ۳a^+} \frac{\frac{۲\sqrt{x}+۳\sqrt{x-۳a}}{۲\sqrt{x}\sqrt{x-۳a}}}{\frac{x}{\sqrt{x}\ \sqrt{x+۳a}}} = \frac{\frac{۲\sqrt{۳a}}{۲\sqrt{۳a}}}{\frac{۳a}{\sqrt{۶a}}} = \frac{\sqrt{۶a}}{۳a}$$ ۹

$$\sqrt{\frac{۶a}{۹a^۲}} = \sqrt{\frac{۲}{۳a}}$$

۲

$$\lim_{x\to ۰} \frac{\sqrt{۲+۳x}-\sqrt{۲-x}}{\sqrt{۱-\cos x}} \times \frac{\sqrt{۲+۳x}+\sqrt{۲-x}}{\sqrt{۲+۳x}+\sqrt{۲-x}} \times \frac{\sqrt{۱+\cos x}}{\sqrt{۱+\cos x}} =$$ ۷

۰



$$\lim_{\to ۰^-} \frac{۴x\times\sqrt{۲}}{\sqrt{۱-\cos^۲ x}} \times \frac{۱}{۲\sqrt{۲}} = \lim_{x\to ۰} \frac{۴\sqrt{۲}\ x}{|\sin x|\ ۲\sqrt{۲}} = ۲\times\frac{x}{-\sin x} = \boxed{-۲}$$

$$\lim_{x\to -۱^+} \frac{۱+K}{x^۲-۱} = \lim_{x\to -۱} \frac{۱+K}{(x+۱)(x-۱)} = \frac{۱+K}{۰^-} = -\infty \rightarrow ۱+K>۰, \quad K>-۱$$

$$\lim \frac{۱+۲K}{x^۲-۱} = \lim \frac{۱+۲K}{۰^+} = -\infty \rightarrow ۱+۲K<۰ \rightarrow K<-۱/۲$$ ۱۰

۲

$$\left(\underbrace{K-\pi}_{x},\ \underbrace{\cos K\pi}_{y}\right) \rightarrow \begin{cases} x<۰ \\ y<۰ \end{cases}$$

۴

$$x > -\frac{1}{2} \to x^2 < \frac{1}{4} \to \frac{1}{x^2} > 4 \to \frac{3}{x^2} > 12 \leadsto \left[\frac{3}{x^2}\right] = 12$$

$$\hookrightarrow -\frac{2}{x^2} < -8 \leadsto \left[-\frac{2}{x^2}\right] = -9$$

$$\lim_{x \to (-\frac{1}{2})^+} \frac{16x+9}{24x+12} = \frac{-8+9}{-12^+ + 12} = \frac{1}{0^+} = \boxed{+\infty}$$

۵

چون حد مخرج برابر صفر است و حاصل حد عددی حقیقی و غیرصفر است پس حد صورت نیز برابر صفر است!

$$\lim_{x\to 0} k + \cos(\sqrt{a}\, x) = 0 \to k+1 = 0 \to \boxed{k=-1}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{-1+\cos\sqrt{a}\,x}{-x^2} \overset{\text{هم‌ارزی}}{\leadsto} \lim_{x\to 0} \frac{-1+1-\frac{(\sqrt{a}\,x)^2}{2}}{-x^2} = \frac{-ax^2}{2(-x^2)} = \frac{a}{2}$$

$$\frac{a}{2} = 3 \to \boxed{a=6} \leadsto \frac{a}{k} = -6$$

۶

$$\lim_{x\to -8} \frac{(x+2)(x+8)}{6(2+\sqrt[3]{x})} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4}{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4} = \lim_{x\to -8} \frac{\overset{(-8+2)}{(x+2)}\,\cancel{(x+8)} \times 12}{6\,\cancel{(x+8)}} = \boxed{-12}$$