۱۹ آفرین

نام و نام خانوادگی آرین کریمی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

۱

$\lim_{x\to ۲}\frac{۲x-۵}{x^۲+ax+b}=-\infty$ → صورت منفی → مخرج همیشه مثبت ⇒ $(x-۲)^۲=x^۲-۴x+۴$

$a=-۴$ ، $b=۴ \Rightarrow \boxed{a+b=۰}$ ✓

۲

۲

$\lim_{x\to \sqrt[۳]{۴}}\frac{x}{x^۲+ax+b}=+\infty$ → صورت مثبت → مخرج همیشه مثبت ⇒ $(x-\sqrt[۳]{۴})^۲=$

$x^۲-۲\sqrt[۳]{۴}x+۲\sqrt[۳]{۲} \Rightarrow a=-۲\sqrt[۳]{۴}$ ، $b=۲\sqrt[۳]{۲}$

$\left[\frac{b}{a}\right]=\left[-\frac{\sqrt[۳]{۲}}{\sqrt[۳]{۴}}\right]=\boxed{-۱}$ ✓

۲

۳

$\lim_{x\to (\frac{۱}{\sqrt{۲}})^+}\frac{[-x]+a}{\left|\frac{x}{\sqrt{۲}}+a\right|+a}=-\infty \Rightarrow \frac{a-۱}{\left|a+\frac{۱}{۲}\right|+a}$

$\downarrow -\frac{۱}{۲}$

غیر قابل قبول ← $\frac{a-۱}{-\frac{۱}{۲}}$ | $\frac{a-۱}{۲a+\frac{۱}{۲}} \rightarrow ۲a=-\frac{۱}{۲} \Rightarrow a=-\frac{۱}{۴}$ } قابل قبول

$[a]=$ ⓵ -۱ ✓

۲

۴

$\lim_{x\to (-\frac{۱}{۲})^+}\frac{۱۶x-\left[-\frac{۲}{x^۲}\right]}{۲۴x+\left[\frac{۳}{x^۲}\right]}=\frac{-۸+۹}{-۱۲^+ +۱۲}=\frac{۱}{۰^+}\rightarrow +\infty$ ✓

۲

۵

$\lim_{x\to ۲^+}\frac{(x-۲)(x+۲)}{(x-۲)(x^۲+۴-۲x)} \Rightarrow \frac{۰}{۰} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \frac{x+۲}{x^۲-۲x+۴}=\frac{۴}{۴}=۱$

۱٫۵

$$\lim_{x\to -۸}\frac{x^۲+۱۰x+۱۶}{۱۲+۶\sqrt[۳]{x}} \xrightarrow[\text{رفع ابهام}]{\frac{۰}{۰}} Hop:\ \frac{۲x+۱۰}{\frac{۲}{\sqrt[۳]{x^۲}}} = \frac{-۱۶+۱۰}{\frac{\cancel{۲}}{\frac{۲}{\cancel{۴}}}} = \boxed{-۹}$$

۱/۵

۶

$$\lim_{x\to ۰}\frac{\sqrt{۲+۳x}-\sqrt{۲-x}}{\sqrt{۱-\cos x}}\times\frac{\sqrt{۱+\cos x}}{\sqrt{۱+\cos x}}\times\frac{\sqrt{۲+۳x}+\sqrt{۲-x}}{\sqrt{۲+۳x}+\sqrt{۲-x}} = \frac{۴x}{|\sin x|}\times\frac{\sqrt{۱+\cos x}}{\sqrt{۲+۳x}+\sqrt{۲-x}} =$$

$$\frac{۴x\sqrt{۱+\cos x}}{-\sin x\left(\sqrt{۲+۳x}+\sqrt{۲-x}\right)} \xrightarrow[\text{رفع ابهام}]{\frac{۰}{۰}} Hop:$$

چون sinx
در ۰ برابر با صفر
است از آن مشتق
بقیه جاها صرف نظر کنیم

$$\frac{۴\sqrt{۱+\cos x}}{-\cos x\left(\sqrt{۲+۳x}+\sqrt{۲-x}\right)} = -\frac{۴\sqrt{۲}}{۲\sqrt{۲}} = \boxed{-۲}$$

۲

۷

$$\lim_{x\to ۰}\frac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^۲} = ۴ \longrightarrow$$

چون مخرج صفر است و
حاصل یک عدد است پس
عبارت بالا هم $\frac{۰}{۰}$ است

$$\Rightarrow k+\cos ۰ = ۰ \quad \boxed{k=-۱}$$

۲

$$\frac{\cos\sqrt{a}x-۱}{-x^۲} = ۴ \xrightarrow[Hop]{\frac{۰}{۰}} \frac{-\sqrt{a}\sin x}{-۲x} \xrightarrow[Hop]{\frac{۰}{۰}} \frac{(\sqrt{a})^۲\cos\sqrt{a}x}{\cancel{-}۲} = \frac{a}{۲} = ۴ \Rightarrow \boxed{a=۸}$$

$$\frac{a}{k} = \boxed{-۸}$$

۸

$$\lim_{x\to ۳a^+}\frac{۲\sqrt{x-۳a}+۳\sqrt{x}-\sqrt{۲۷a}}{\sqrt{x^۲-۹a^۲}} \xrightarrow[\text{رفع ابهام}]{\frac{۰}{۰}} \frac{۲\sqrt{x-۳a}+۳\left(\sqrt{x}-\sqrt{۳a}\right)}{\sqrt{x-۳a}\times\sqrt{x+۳a}}\times\frac{\sqrt{x}+\sqrt{۳a}}{\sqrt{x}+\sqrt{۳a}}$$

$$\frac{۲\cancel{\sqrt{x-۳a}}\left(\cancel{\sqrt{x}+\sqrt{۳a}}\right)+۳\cancel{(x-۳a)}}{\cancel{\sqrt{x-۳a}}\times\sqrt{x+۳a}\times\left(\cancel{\sqrt{x}+\sqrt{۳a}}\right)} = \frac{۲}{\sqrt{x+۳a}} = \frac{۲}{\sqrt{۶a}} = \boxed{\frac{\sqrt{۶a}}{۳a}}$$

۲

۹

$$\lim_{x\to -۱}\frac{۱-k[x]}{x^۲-۱} = -\infty \begin{cases} -۱^- \to \frac{۲k+۱}{۰^+} \to ۲k+۱<۰ \to k<-\frac{۱}{۲} \\ -۱^+ \to \frac{k+۱}{۰^-} \Rightarrow k+۱>۰ \longrightarrow k>-۱ \end{cases}$$

$$x^۲-۱ \downarrow \quad \begin{array}{c|c|c} & -۱ & ۱ \\ \hline + & - & + \end{array}$$

$$-\frac{۱}{۲}>k>-۱$$

چون k و kπ و cos kπ هر دو منفی هستند پس در ناحیه سوم ←

۲

۱۰

۵

$$\lim_{x \to ۲^+} \frac{x^۲ - ۴}{x^۳ - ۸} = \frac{\cancel{(x-۲)}(x+۲)}{\cancel{(x-۲)}(x^۲+x+۴)} = \lim_{x \to ۲^+} \frac{x+۲}{x^۲+x+۴} = \frac{۴}{۱۲} = \boxed{\frac{۱}{۳}}$$

۶

$$\lim_{x \to -۸} \frac{(x+۲)(x+۸)}{۶(۲+\sqrt[۳]{x})} \times \frac{\sqrt[۳]{x^۲} - ۲\sqrt[۳]{x} + ٤}{\sqrt[۳]{x^۲} - ۲\sqrt[۳]{x} + ٤} = \lim_{x \to -۸} \frac{\overset{(-۸+۲)}{(x+۲)}\,\cancel{(x+۸)} \times ۱۲}{۶\,\cancel{(x+۸)}} = \boxed{-۱۲}$$