نام و نام خانوادگی: سامان فندرسکی — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۵ — کلاس دوازدهم تجربی B

۱

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2+ax+b}=-\infty \longrightarrow \begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{-1}{x^2+ax+b}=-\infty \to \lim\limits_{x\to 2^+}x^2+ax+b=0^+\\[2mm] \lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{-1}{x^2+ax+b}=-\infty \to \lim\limits_{x\to 2^-}x^2+ax+b=0^+\end{cases}$$

۲ ریشه‌ی مضاعف

$$x^2+ax+b=k(x-2)^2 \xrightarrow{k=1} =x^2-4x+4$$

$$b=+4,\quad a=-4$$

$$\overset{-4}{\cancel{a}}+\overset{+4}{\cancel{b}}=0$$

۲

$$\lim_{x\to(\sqrt[3]{4})}\frac{x}{x^2+ax+b}=+\infty \longrightarrow \begin{cases}\lim\limits_{x\to(\sqrt[3]{4})^+}\dfrac{\sqrt[3]{4}}{x^2+ax+b}=+\infty \to \lim\limits_{x\to(\sqrt[3]{4})^+}x^2+ax+b=0^+\\[2mm] \lim\limits_{x\to(\sqrt[3]{4})^-}\dfrac{\sqrt[3]{4}}{x^2+ax+b}=+\infty \to \lim\limits_{x\to(\sqrt[3]{4})^-}x^2+ax+b=0^+\end{cases}$$

$\sqrt[3]{4}$ ریشه‌ی مضاعف

$$x^2+ax+b=k(x-\sqrt[3]{4})^2 \xrightarrow{k=1} x^2-2\sqrt[3]{4}\,x+2\sqrt[3]{2}$$

$$b=2\sqrt[3]{2},\quad a=-2\sqrt[3]{4}$$

$$\left[\frac{b}{a}\right]=\left[\frac{2\sqrt[3]{2}}{-2\sqrt[3]{4}}\right]=\left[-\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right]=-1$$

۳

$$\lim_{x\to(\frac{1}{\sqrt{3}})^+}\frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}=-\infty \longrightarrow$$

$$a\geq-\tfrac{1}{3}:\ \lim_{x\to(\frac{1}{\sqrt{3}})^+}\frac{a-1}{\frac{\sqrt{3}}{3}x+2a}=-\infty \to a=-\frac{1}{6} \to [a]=-1$$

$$a<-\tfrac{1}{3}:\ \lim_{x\to(\frac{1}{\sqrt{3}})^+}\frac{a-1}{-\frac{\sqrt{3}}{3}x}=-\infty \to \cancel{a=+\infty}$$

غ ق ق

۴

$$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+}\frac{16x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}{24x+\left[\frac{3}{x^2}\right]}=\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+}\frac{16x-(-9)}{24x+12}=\frac{-8+9}{-12^++12}=\frac{+1}{0^+}=+\infty$$

$$\frac{3}{x^2}>12 \to \left[\frac{3}{x^2}\right]=12$$

$$x>-\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{x}<-2 \to \frac{1}{x^2}>4 \to \frac{2}{x^2}>8 \to -\frac{2}{x^2}<-8 \to \left[-\frac{2}{x^2}\right]=-9$$

۵

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]}=\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-8}=\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

$$x>2$$

$$x^3>8 \to [x^3]=8$$

$$\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{\underbrace{12+6\sqrt[3]{x}}_{6(2+\sqrt[3]{x})}}\times\frac{4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2}}{4-2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2}}=\frac{(\overbrace{x^2+10x+16}^{x+2})\times(12)}{6(8+x)}=-6\times 2=-12$$ 6

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x}+\sqrt{2-x}}=\frac{2+3x-2+x}{-\sqrt{2}\sin\frac{x}{2}\times 2\sqrt{2}}=\frac{4x}{-\frac{\sqrt{2}}{2}x\times 2\sqrt{2}}=\frac{4}{-2}=-2$$ 7

$$\sqrt{1-\cos x}\ \to\ \sqrt{2\sin^2\frac{x}{2}}\ \to\ \sqrt{2}\left|\sin\frac{x}{2}\right|\ \xrightarrow[x\to 0^-]{}\ -\sin x$$

هم ارزی

$$-\sin\frac{x}{2}\simeq-\frac{x}{2}$$

چون کمان سینوس به صفر میل می‌کند

$$\lim_{x\to 0}\frac{k+\cos(\sqrt{a}\,x)}{kx^2}=3\ \xrightarrow[\text{هم ارزی}]{\sqrt{a}x=0}\ \frac{k+1-\frac{ax^2}{2}}{kx^2}=3\ \to\ k+1-\frac{ax^2}{2}=0$$ 8

$$k=-1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{-1+1-\frac{ax^2}{2}}{-x^2}=3\ \to\ \frac{\cancel{-}\frac{a\cancel{x^2}}{2}}{\cancel{-}\cancel{x^2}}=\frac{a}{2}=3\to a=+6\qquad \frac{a}{k}=-6$$

$$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}=\frac{2\sqrt{x-3a}+3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\ \sqrt{x+3a}}\times\frac{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}$$ 9

$$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{3a})\times 2\cancel{\sqrt{x-3a}}+3\cancel{(x-3a)}}{\cancel{\sqrt{x-3a}}\ \sqrt{x+3a}\times(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}=\frac{2}{\sqrt{6a}}=\frac{\sqrt{6a}}{3a}$$

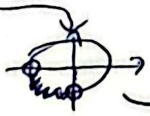
$$\lim_{x\to(-1)}\frac{1-k[x]}{x^2-1}=-\infty$$

$$x\to(-1)^+:\ \frac{1+k}{0^-}=-\infty\ \to\ k+1>0\ \to\ k>-1$$

$$x\to(-1)^-:\ \frac{1+2k}{0^+}=-\infty\ \to\ 2k+1<0\ \to\ k<-\frac{1}{2}$$ 10

$$(k\pi\ ,\ \cos k\pi)$$

$$-\pi<k\pi<-\frac{\pi}{2}\ \to\ k\pi<0$$



$$\cos k\pi<0\qquad -1<\cos k\pi<0$$

نقطه در ناحیه‌ی سوم محورهای مختصات قرار دارد