(۱)

$\lim\limits_{x\to ۲}\frac{\cancel{۲x-۵}\;-۱}{x^۲+ax+b}=-\infty$ $\quad a+b=?$

$x^۲+ax+b=(x-۲)^۲=x^۲+۴-۴x\Rightarrow a=-۴\,,\ b=۴$ $\quad -۴+۴=۰$

چون ۲ صفرش می‌کند

۰

---

(۲)

$\lim\limits_{x\to(\sqrt[۳]{۴})}\frac{\cancel{x}\ \sqrt[۳]{۴}}{x^۲+ax+b}=+\infty$ $\quad\left[\frac{b}{a}\right]=?$

$x^۲+ax+b=(x-\sqrt[۳]{۴})^۲$ $\quad x^۲-۲\sqrt[۳]{۴}x+\sqrt[۳]{۱۶}$

چون $\sqrt[۳]{۴}$ صفرش می‌کند

$b=\sqrt[۳]{۱۶}=۲^{\frac{۴}{۳}}$ $\quad a=-۲\sqrt[۳]{۴}=-\sqrt[۳]{۳۲}=-۲^{\frac{۵}{۳}}$

$\left[\frac{۲^{\frac{۴}{۳}}}{-۲^{\frac{۵}{۳}}}\right]=-۱$

-۱

---

(۳)

$\lim\limits_{x\to(\frac{۱}{\sqrt{۲}})^+}\frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt{۲}}{۲}x+a\right|+a}=-\infty$ $\quad [a]=?$ $\quad \frac{[-\frac{۱}{۲}]+a}{\left|\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{۱}{\sqrt{۲}}+a\right|+a}=-\infty=\frac{-۱+a}{\left|\frac{۱}{۲}+a\right|+a}=-\infty$

اگر $\frac{۱}{۲}+a$ کوچک‌تر از صفر باشد مخرج صفر می‌شود پس حتما بزرگ‌تر از صفر بوده است

پس قدر مطلق را مثبت برمی‌داریم

$\frac{-۱+a}{\frac{۱}{۲}+۲a}=-\infty$ $\quad \frac{۱}{۲}+۲a=۰\to a=-\frac{۱}{۴}$

$[-\frac{۱}{۴}]=-۱$

-۱

---

(۴)

$\lim\limits_{x\to(-\frac{۱}{۲})^+}\frac{\underset{-۸^+}{۱۶x}-\left[\frac{-۴}{x^۲}\right]-a}{\underset{-۱۲^+}{۲۴x}+\left[\frac{۳}{x^۲}\right]}=\frac{-۸^++a}{-۱۲^++۱۲}=\frac{۱}{۰^+}=+\infty$

$+\infty$

---

(۵)

$\lim\limits_{x\to ۲^+}\frac{x^۲-۴}{x^۳-[x^۳]}=\frac{(x-۲)(x+۲)}{x^۳-۸}=\frac{x+۲}{x^۲+۴+۲x}=\frac{۴}{۱۲}=\frac{۱}{۳}$

$(x-۲)(x^۲+۴+۲x)$

$\frac{۱}{۳}$

---

(۶)

$\lim\limits_{x\to -۸}\frac{x^۲+۱۰x+۱۶}{۱۲+۶\sqrt[۳]{x}}=\frac{(x+۲)(x+۸)}{۱۲+۶\sqrt[۳]{x}}=\frac{\overset{-۶}{(x+۲)}(\sqrt[۳]{x}+۲)(\overset{۴}{\sqrt[۳]{x^۲}}\overset{-۴}{-۲\sqrt[۳]{x}}+۴)}{۶(\sqrt[۳]{x}+۲)}=-۱۲$

-۱۲

---

(۷)

$\lim\limits_{x\to ۰^-}\frac{\sqrt{۲+۳x}-\sqrt{۲-x}}{\sqrt{1-\cos x}}\times\frac{(\sqrt{۲+۳x}+\sqrt{۲-x})}{(\sqrt{۲+۳x}+\sqrt{۲-x})}=\frac{۲+۳x-۲+x}{(\sqrt{1-\cos x})\times ۲\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}}=\frac{۴x+۱}{\sqrt{1-\cos^۲x}\times ۲\sqrt{۲}}=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}$

$\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}$

---

(۸)

$\lim\limits_{x\to ۰}\frac{k+\cos(\sqrt{a}x)}{kx^۲}=۳$ $\quad \frac{-\sqrt{a}\sin(\sqrt{a}x)}{۲kx}=\frac{-a\cos(\sqrt{a}x)}{۲k}=\frac{-a}{۲k}=۳$

$-a=۶k\to a=-۶k$ $\quad \frac{-۶k}{k}=-۶$

-۶

⑨

$$\lim_{x\to(۳a)^+}\frac{۲\sqrt{x-۳a}+۳\sqrt{x}-\sqrt{۲۷a}}{\sqrt{x^۲-۹a^۲}} \quad a>۰ \quad ۲\frac{\sqrt{x-۳a}}{\sqrt{x^۲-۹a^۲}}+\frac{۳\sqrt{x}-۳\sqrt{۳a}}{\sqrt{x^۲-۹a^۲}} \quad ۳(\sqrt{x}-\sqrt{۳a})$$

$$\frac{۳(\sqrt{x}-\sqrt{۳a})\times(\sqrt{x}+\sqrt{۳a})}{\sqrt{x^۲-۹a^۲}\times(\sqrt{x}+۳a)}=\frac{۳(x-۳a)}{(\sqrt{x}+\sqrt{۳a})\sqrt{(x-۳a)(x+۳a)}} \quad \frac{\sqrt{x}+\sqrt{۳a}}{\sqrt{x}+\sqrt{۳a}}=۳\sqrt{x}+۳\sqrt{۳a}$$

---

(۱۰)

$$\lim_{x\to(-۱)}\frac{۱-k[x]}{x^۲-۱}=-\infty \quad (k\pi \text{ و } \cos k\pi)$$

ناحیه سوم

$$-۱^+\longrightarrow\frac{۱+k}{۰^-}=-\infty\rightarrow ۱+k>۰ \downarrow k>-۱$$

$$-۱^-\longrightarrow\frac{۱+۲k}{۰^+}=-\infty\rightarrow ۱+۲k<-\frac{۱}{۲} \downarrow k<-\frac{۱}{۲}$$

$$-۱<k<-\frac{۱}{۲}$$

$$-\pi<k\pi<-\frac{\pi}{۲}\longrightarrow$$ ناحیه سوم

دوازدهم ریاضی

بردیا حاجی جعفری