۱۱

ریاضی مالی — به نام آنکه جان را فکرت آموخت — دوازدهم تجربی B - ۲۰

(۱)
$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2+ax+b}=\frac{-1}{4+2a+b}=-\infty \to x^2+ax+b=0^+ \to \text{مخرج } (x-2)^2$$
$$x^2-4x+4 \to a+b=0$$
(۲)

(۲)
$$\lim_{x\to\sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2+ax+b}=+\infty \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{4}}{(\sqrt[3]{4})^2+\sqrt[3]{4}\,a+b} \to 0^+ = x^2+ax+b \to$$
$$(x-\sqrt[3]{4})^2=x^2-2\sqrt[3]{4}\,x+\sqrt[3]{16} \to \left[\frac{b}{a}\right]=\left[\frac{\sqrt[3]{16}}{-2\sqrt[3]{4}}\right]$$
$$\left[\sqrt[3]{\frac{-1}{2}}\right]=-1$$
(۲)

(۳)
$$\lim_{x\to \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^+}\frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}=-\infty \to \frac{\lim a-1}{\left|\frac{1}{3}^+ +a\right|+a}=-\infty \to$$
$$\text{مخرج}=0^- \to \frac{1}{3}+a+a=0 \to a=-\frac{1}{6} \to [a]=-1$$
(۲)

(۴) (۱,۲۵)
$$x>-\frac{1}{2} \to x^2<\frac{1}{4} \to \frac{1}{x^2}>4 \to \frac{-2}{x^2}<-8$$
$$x>-\frac{1}{2} \to x^2<\frac{1}{4} \to \frac{1}{x^2}>4 \to \frac{3}{x^2}>12$$
$$\Rightarrow \lim_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+}\text{عبارت} \Rightarrow \frac{9+(-8)}{\underbrace{-12+12^+}_{0^+}}$$
$$\frac{1}{0^+}=+\infty$$
تست

(۵)
$$\to \frac{0}{0}=\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x^3-8}=\lim_{x\to 2^+}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)}=\frac{1}{3}$$
(۲)

(۶)
$$\frac{0}{0}=\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}\times\frac{\text{مشتق}}{\text{مشتق}} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x\to -8}\frac{(2x+10)\times 36}{216}=-1$$
(۱,۲۵)

۴

$$x > -\frac{1}{2} \to x^2 < \frac{1}{4} \to \frac{1}{x^2} > 4 \to \frac{3}{x^2} > 12 \rightsquigarrow \left[\frac{3}{x^2}\right] = 12$$

$$\hookrightarrow -\frac{2}{x^2} < -8 \rightsquigarrow \left[-\frac{2}{x^2}\right] = -9$$

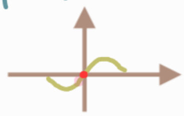
$$\lim_{x \to (-\frac{1}{2})^+} \frac{16x+9}{24x+12} = \frac{-8+9}{-12^+ + 12} = \frac{1}{0^+} = \boxed{+\infty}$$

۶

$$\lim_{x \to -8} \frac{(x+2)(x+8)}{6(2+\sqrt[3]{x})} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4}{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4} = \lim_{x \to -8} \frac{\overset{(-8+2)}{(x+2)}\,\cancel{(x+8)} \times 12}{6\,\cancel{(x+8)}} = \boxed{-12}$$

۷

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} \times \frac{\sqrt{2+3x} + \sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x} + \sqrt{2-x}} \times \frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}} =$$



$$\lim_{\to 0^-} \frac{4x \times \sqrt{2}}{\sqrt{1-\cos^2 x}} \times \frac{1}{2\sqrt{2}} = \lim_{x \to 0} \frac{4\sqrt{2}\, x}{|\sin x|\, 2\sqrt{2}} = 2 \times \frac{x}{-\sin x} = \boxed{-2}$$

sin

۸

چون حد مخرج برابر صفر است و حاصل حد عددی حقیقی و غیرصفر است پس حد صورت نیز برابر صفر است!

$$\lim_{x \to 0} k + \cos(\sqrt{a}\, x) = 0 \to k+1 = 0 \to \boxed{k = -1}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{-1 + \cos\sqrt{a}\, x}{-x^2} \overset{\text{هم‌ارزی}}{\rightsquigarrow} \lim_{x \to 0} \frac{-1 + 1 - \frac{(\sqrt{a}\, x)^2}{2}}{-x^2} = \frac{-ax^2}{2(-x^2)} = \frac{a}{2}$$

$$\frac{a}{2} = 3 \to \boxed{a = 6} \rightsquigarrow \frac{a}{k} = -6$$

۹

$$\lim_{x\to 3a^+} \frac{2\sqrt{\cancel{x-3a}}}{\sqrt{\cancel{x-3a}}\sqrt{x+3a}} + \frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}} = \lim_{x\to 3a^+} \frac{2}{\sqrt{6a}} + \frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}} \times \frac{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}$$

$$\lim_{x\to 3a^+} \frac{2}{\sqrt{6a}} + \frac{3(\cancel{x-3a})^{\sqrt{x-3a}}}{\sqrt{\cancel{x-3a}}\sqrt{x+3a}(\sqrt{x}+\sqrt{3a})} = \lim_{x\to 3a^+} \left(\frac{2}{\sqrt{6a}} + \frac{3\sqrt{\cancel{x-3a}}}{\sqrt{x+3a}(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}\right) = \lim_{x\to 3a^+} \frac{2}{\sqrt{6a}} + 0 \rightsquigarrow \frac{2}{\sqrt{6a}} = \sqrt{\frac{4}{6a}} = \sqrt{\frac{2}{3a}}$$

۱۰

$$\lim_{x\to -1} \frac{1-k[x]}{x^2-1} = -\infty$$

$$\lim_{x\to(-1)^+} \frac{1-k(-1)}{0^-} = -\infty \to 1+k>0 \to \boxed{k>-1}$$

$$\lim \frac{1-k(-2)}{0^+} = -\infty \to 1+2k<0 \to \boxed{k<-\frac{1}{2}}$$

$$\to -1<k<-\frac{1}{2} \quad \begin{cases} -\pi < k\pi < -\frac{\pi}{2} \\ \boxed{-1 < \cos k\pi < 0} \end{cases}$$

مولفه های اول و دوم هردو منفی هستند پس در ناحیه ی سوم است!