۱۵/۵

۱ امین جلالی

۱)

شرط $\Delta=0 \Rightarrow (m+3)^2-4(\frac{m}{4}\times 9)=0 \Rightarrow \boxed{m=3} \longrightarrow -\frac{b}{2a}=x=a = \frac{-(m+3)}{12}=a \Rightarrow \boxed{a=-\frac{1}{2}}$

$\longrightarrow \lim_{x\to -\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{9(x+\frac{1}{2})^2}}{|12x^3+\frac{1}{2}|} = \boxed{\frac{2\sqrt{6}}{3}}$

$\Rightarrow f(-\frac{1}{2}) = \frac{2\tan b}{\sqrt{-(-\frac{1}{2})}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \sqrt{2}\tan b = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \boxed{b=\frac{\pi}{6}}$

۴

۲)

f(x) بخش‌پذیر $\Rightarrow 1+a+b=0 \Rightarrow a+b=-1$ (I)

چون یکی از ریشه‌ها مضاعف است

مضاعف بوده

$5x^2-ax+b=0 \xrightarrow{\text{ریشه}=1} 5-a+b=0$

$\Rightarrow b-a=-5$ (II)

$\xrightarrow{\text{II و I}} b=-3 , a=2$

$\Rightarrow \left[\frac{-3-4}{3}\right] = \boxed{-3}$

۲

۳)

پیوستگی در ۱ $\Rightarrow \tan\frac{3\pi}{4} = \frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} \xRightarrow{x\to 1^+} -1 = \frac{(x-1)(x+2)}{a(1-x)} \Rightarrow -1=\frac{3}{-a} \Rightarrow \boxed{a=3}$

پیوستگی در ۵ $\Rightarrow b(x-[-x]) = \frac{|x^2+x-2|}{3(1-x)} = 10b = -\frac{7}{3} \Rightarrow \boxed{b=-\frac{7}{30}}$

$\Rightarrow ab=-\frac{7}{10}$

۴

۴)

$f(x) = a[x+1]+b([x]+[a]+1) \Rightarrow (a+b)([x]) + a + b + b[a] \Rightarrow a=-b$

$\Rightarrow f(x) = -a[a] \Rightarrow \frac{a[a]}{f(x)} = \boxed{-1}$

۴

۵)

$\Rightarrow b=0 \longrightarrow$ مبدا/حذف برابر است $\Rightarrow \frac{a}{f(b)} \Rightarrow \frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$

۲

۶)

یکی از ریشه‌ها $=2a$

یکی دیگر $=a$

$\Rightarrow (x-2a)(x-a) \Rightarrow \frac{x^2-3ax+2a^2}{(a-x)} = 2 \Rightarrow -(x-2a)=2$

$\Rightarrow -(a-2a)=2 \Rightarrow \boxed{a=2} \Rightarrow \boxed{m=-3a} , \boxed{n=2a^2}$

$\Rightarrow 8-(-6)=\boxed{14}$

۲

$1-a=3a^2-1 \Rightarrow 3a^2+a-2=0 \Rightarrow a=-1$ ✗

$a=\frac{2}{3}$ ✓

(۷) ۱٫۵

برازای $a=\frac{2}{3}$ عبارت بالا همواره ۱- خواهد شد

$\Rightarrow b\left(\sin\frac{\pi}{\frac{2}{3}}\right)=-1$

$\sin\frac{3\pi}{2} \Rightarrow \boxed{b=-1}$ $\Rightarrow \frac{\frac{2}{3}}{-1}=-\frac{2}{3}$

(۸) ۰

(۹)

$a^2+a=0 \Rightarrow a(a+1)=0 \begin{cases} a=0 & ✗ \\ a=-1 & ✓ \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta: -1^2+(m-2)(-1)+1=0 \Rightarrow \boxed{m=2}$

۲

$\Rightarrow f(x)=\frac{\sqrt{x}\,|-x-1|}{|x^3+1|} \Rightarrow \lim_{x\to -1} f(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

۱۰) ۰

۱۰

$\lim_{x\to 0^+} \frac{x^2+x}{x^2+ax} = \frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(x+a)} = \frac{1}{a}$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{x^2-x}{x^2-ax} = \frac{x(x-1)}{x(x-a)} = \frac{1}{a}$

$\rightarrow f(0)=\frac{2a-1}{2a+2}=\frac{1}{a} \rightarrow 2a^2-3a-2=0 \rightarrow a=2$, $a=\frac{1}{2}$

← مخرج ریشه دار می‌شود و پیوسته نیست!

if $a=2 \rightarrow \lim_{x\to \frac{1}{2}} \frac{x^2+x}{x^2+2x} = \frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+1} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \boxed{\frac{3}{5}}$

۷

حد راست $= (1-a)[z^+] + (3a^2-1)[-z^+] = (1-a)z + (3a^2-1)(-z-1)$

حد چپ $= (1-a)[z^-] + (3a^2-1)[-z^-] = (1-a)(z-1) + (3a^2-1)(-z)$

$$\lim_{x\to z^+} f(x) = \lim_{x\to z^-} f(x) \rightsquigarrow \cancel{z} - \cancel{a}z - \cancel{3}a^2 z - 3a^2 + \cancel{z} + 1 = \cancel{z} - 1 - \cancel{a}z + a - 3\cancel{a}^2 z + \cancel{z}$$

$$a - 1 = 1 - 3a^2 \rightsquigarrow a = -1 \ \times \quad \text{یا} \quad a = \frac{2}{3} \ \checkmark$$

$$b\sin\left(\frac{\pi}{\frac{2}{3}}\right) = -b \rightsquigarrow -b = -\frac{1}{3} \rightsquigarrow b = \frac{1}{3} \rightsquigarrow \boxed{\frac{a}{b} = 2}$$

۸

$$\lim_{x\to 1} \frac{|(x-1)(x+m+1)|}{m|(x-1)(x+1)| + |x-1|} = \frac{|x-1|(x+m+1)}{|x-1|(m|x+1|+1)} = \frac{|m+2|}{2m+1} = \frac{m}{m+2}$$

$m \geq -2 \rightsquigarrow m^2 + 4m + 4 = 2m^2 + m \rightarrow$

$m = -1 \rightarrow$ مخرج ریشه دار نشود!

$m = 4 \rightarrow \dfrac{|x^2+4x-5|}{|x-1|(4|x+1|+1)} = \dfrac{5+\frac{1}{4}}{4(\frac{5}{4})+1} = \dfrac{\frac{21}{4}}{6} = \dfrac{7}{8}$