تستی ۱

۱۲,۵

$3a^3+(m-3)a^2+a^2=0 \Rightarrow a^2(3a+m-2)=0 \Rightarrow m=2-3a$

۱) $f(x)=\frac{2\tan b}{\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{2\tan b}{\sqrt{x}} \Rightarrow 2\tan b=1 \Rightarrow b=\arctan(\frac{1}{2})$ ۱۵

---

۲) عدد ادوری تابع نیست $\rightarrow x=1 \Rightarrow x^2+ax+b=0 \xrightarrow{x=1} 1+a+b=0 \Rightarrow a+b=-1$

$5x^2-ax+b=0 \xrightarrow{x=1} 5-a+b=0 \Rightarrow a-b=5 \Rightarrow a=2,\ b=-3 \Rightarrow \left[\frac{-3-4}{3}\right]=-3$ ۲

---

۳) $1 \rightarrow \tan\frac{3\pi}{4}=\lim_{x\to1^+}\frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} \Rightarrow \lim\frac{-(x+2)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(1-x)}a}=\frac{3}{-a}=-1 \Rightarrow a=3$ ۲

$5 \rightarrow b(5-[-5])=\lim_{x\to5^-}\frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} \Rightarrow \frac{28}{-7}=10b \Rightarrow b=-\frac{7}{30} \Rightarrow ab=-0/7$

---

۴) $f(x)=a([x]+1)+b([x]+[a]+1)=(a+b)[x]+(a+b+b[a])$

$\Rightarrow a+b=0 \Rightarrow a=-b \Rightarrow f(x)=-a[a] \Rightarrow \frac{a[a]}{-a[a]}=-1$ ۲

---

۵) $[x(x-a)] \Rightarrow x=0,\ x=a,\ b=0 \Rightarrow y=-2a \Rightarrow \frac{a}{-2a}=-\frac{1}{2}$ ۲

---

۶) $x=2 \rightarrow \frac{2+m}{-1} \Rightarrow -2-m=f(a) \Rightarrow f(a)=\frac{4a^2+2am+4}{-a}=0$ ۱

$\Rightarrow 4a^2+2am+4=0 \Rightarrow 3a^2+am=0 \rightarrow a=2$

---

۷) $a-1=1-2a^2 \Rightarrow a=-1$ (غ ق ق)$,\ \frac{1}{2} \Rightarrow b=\frac{1}{3}$ ۱

راه حل کامل؟

---

۸) $x^2-1+m(x-1)=(x-1)(x+1)+m(x-1)=(x-1)(x+1+m)$

$\Rightarrow f(1)=\lim f(x) \Rightarrow \frac{m}{m+2}=\frac{2+m}{2m+1} \Rightarrow m=4,\ -1$ (غ ق) ۲

$\Rightarrow \frac{|5+\frac{4}{3}|}{6} \Rightarrow \frac{21}{24}=\frac{7}{8}$

۱- عدد a باید تنها ریشه‌ی زیر رادیکال باشد و مخرج را هم صفر کند!

$\Delta = 0 \to (m+3)^2 - 4\times 6\left(\frac{m}{2}\right) = m^2 - 6m + 9 = 0 \rightsquigarrow \boxed{m=3}$

$\lim_{x\to a} \frac{\sqrt{6(x^2+x+\frac{1}{4})}}{|2x^3+a^2|} = \frac{\sqrt{6}|x+\frac{1}{2}|}{|2x^3+a^2|} \rightsquigarrow 2a^3+a^2=0 \to a=0$ (x مخرج صفر دقیق و صورت عدد است)

$\hookrightarrow a=-\frac{1}{2}$ ✓ $\rightsquigarrow \frac{\sqrt{6}|\cancel{x+\frac{1}{2}}|}{2|\cancel{x+\frac{1}{2}}||x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}|} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

$\frac{2\tan b}{\sqrt{-(-\frac{1}{2})}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \rightsquigarrow \tan b = \frac{\sqrt{3}}{3} \to b = \frac{\pi}{6}$

۶

$f(2a) = 0 \longrightarrow x = 2a$ ریشه‌ی صورت ✓

$x = a \longrightarrow$ ریشه‌ی مخرج ✓ و $f(a) = 2$ نقطه‌ی پیوستگی

$f(x) = \frac{(\cancel{x-a})(x-2a)}{-(\cancel{x-a})} = 2 \to a = 2$

$x) = \frac{x^2-6x+8}{-(x-2)}$ $\to m=-6$, $\hookrightarrow n=8$ $\rightsquigarrow m-n=14$

۷

حدراست $= (1-a)[2^+] + (3a^2-1)[-2^+] = (1-a)2 + (3a^2-1)(-2-1)$

حدچپ $= (1-a)[2^-] + (3a^2-1)[-2^-] = (1-a)(2-1) + (3a^2-1)(-2)$

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^-} f(x) \rightsquigarrow \cancel{2} - \cancel{a}2 - \cancel{3}a^2 2 - 3a^2 + \cancel{2} + 1 = \cancel{2} - 1 - \cancel{a}2 + a - \cancel{3}a^2 2 + \cancel{2}$

$a - 1 = 1 - 3a^2 \rightsquigarrow a = -1$ ✗ یا $a = \frac{2}{3}$ ✓

$b\sin\left(\frac{\frac{3\pi}{2}}{3}\right) = -b \rightsquigarrow -b = -\frac{1}{3} \rightsquigarrow b = \frac{1}{3} \rightsquigarrow \boxed{\frac{a}{b} = 2}$

۹

$x=a$ ریشه‌ی صورت $\rightsquigarrow a^2 + a = 0 \to a = 0$ ✓, $\hookrightarrow a=-1$ ✗

$a^3 + a(m-2) + a^2 = 0 \rightsquigarrow -1 - m + 2 + 1 = 0 \rightsquigarrow m = 2$

$\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{3}|-x-1|}{|x^3+1|} = \frac{\sqrt{3}}{|x^2-x+1|} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۰

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x^2+x}{x^2+ax} = \frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(x+a)} = \frac{1}{a}$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{x^2-x}{x^2-ax} = \frac{x(x-1)}{x(x-a)} = \frac{1}{a}$$

$$\rightsquigarrow f(0) = \frac{2a-1}{2a+2} = \frac{1}{a} \to 2a^2-3a-2=0$$

$\to a=2$

$\to \boxed{a=\frac{1}{2}}$

← مخرج ریشه دار میشود و پیوسته نیست!

if $a=2 \rightsquigarrow \lim_{x\to \frac{1}{2}} \frac{x^2+x}{x^2+2x} = \frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+1} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \boxed{\frac{3}{5}}$