۱۴,۵

کاملا اجی

۲-

$f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-1} \to$ تو $(x-1)$ صورت و مخرج مشترک بوده که با صفر شدن حذف شده $\to (x-1)(x-b)=x^2+(-1-b)x+b \to \boxed{a=-1-b}$ *

$5x^2-ax+b \xrightarrow[y=0]{x=1} 5-a+b=0 \to \boxed{b-a=5} \xrightarrow{*} \begin{cases} a+b=-1 \\ -a+b=5 \\ \to -2a=-6 \to a=-3 \end{cases}$ $b=2$

۱,۵

$\to \left[\frac{b-2a}{3}\right]=\left[\frac{2+6}{3}\right]=2$

۳-

$\lim_{x\to 1^-} f(x)=f(1)=\lim_{x\to 1^+} f(x) \to \tan\frac{\pi a}{4}=\frac{|(x-1)(x+2)|}{a[1-x]} \xrightarrow{x\to 1} \frac{(x-1)(x+2)}{a(1-x)}$

-2		1	
$+$	0	$-$	0 $+$

$\to \tan\frac{\pi a}{4}=\frac{-(x+2)}{a}=-\frac{3}{a}=-1 \to a=3$

۲

$\lim_{x\to 5^-} f(x)=f(5) \to \frac{(5^2-1)(5+2)}{3[1-5]}=b(5-[-5]) \to \frac{-7}{3}=10b \to 30b=-7 \to b=-\frac{7}{30}$

$ab=\frac{3\times -7}{30}=-\frac{7}{10}$

۴-

$f(x)$ در R پیوسته و تابع غیر صفر $\Rightarrow a[x+1]+b[x+[a+1]]=a[x+1]+b[x+1]+b[a] \xrightarrow[R \text{ در}]{\text{پیوسته}} a[x+1]+b[x+1]=0$

۲

$\to a+b=0 \to \boxed{b=-a} \to f(x)=b[a]=-a[a] \Rightarrow \frac{a[a]}{f(a)}=\frac{a[a]}{-a[a]}=-1$

۵-

$f(x)$ در R پیوسته و ناصفر $\to b\underbrace{[x^2-ax]}_{0}-2a \to b=0 \to f(x)=-2a \to \frac{a}{f(b)}=\frac{a}{-2a}=-\frac{1}{2}$

۲

۶-

$f(x)=\begin{cases} \frac{x^2+mx+n}{a-x} & x\neq a \\ 2 & x=a \end{cases}$ در R پیوسته $\Rightarrow f(a)=2=\lim_{x\to a} f(x) \to \frac{x^2+mx+n}{a-x}=\frac{-(x-a)(x-a+4)}{a-x}$

۱,۷۵

$\to f(2a)=0 \to \frac{a(a+2)}{-a}=0 \to a=-2 \to f(x)=\frac{(x+2)(x+4)}{(x+2)}=\frac{x^2+6x+8}{x+2}$

$\to n-m=8-6=2$

۷-

$$f(x) = \begin{cases} (1-a)[x] + (3a^2-1)[-x] & x \notin \mathbb{Z} \\ b f_1\left(\frac{a}{a}\right) \end{cases}$$ در R پیوسته

چون تابع پیوسته است پس باید ضرایب حد برابر باشند $\rightarrow 1-a = 3a^2-1$

یعنی $[x]$ و $[-x]$ برابر باشند $x \in \mathbb{Z}$

$m([x]+[-x])$ با فرض برابر

$$\rightarrow 3a^2 + a - 2 = 0 \rightarrow (3a-2)(a+1) = 0 \rightarrow a = -1 \rightarrow (1-(-1))([x]+[-x]) = 2([x]+[-x])$$

$$\xrightarrow{x \notin \mathbb{Z}} 2 \times (-1) = -2 \rightarrow b f_1 - a = -2 \rightarrow f_1 - a = 0 \rightarrow \boxed{a \neq -1}$$

$$a = \frac{2}{3}$$ ✓

$$\cancel{\left(1-\frac{2}{3}\right)}([x]+[-x]) \xrightarrow{x \notin \mathbb{Z}} -\frac{1}{3} = b f_1\left(\frac{a}{a}\right) \rightarrow -\frac{1}{3} = b f_1 \ldots \rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2$$

۲

۸-

$$\frac{|x^2 + mx - m - 1|}{m|(x-1)(x+1)| + |x-1|} = \frac{|(x+m+1)\cancel{(x-1)}|}{m|\cancel{(x-1)}(x+1)| + \cancel{|x-1|}} \rightarrow \frac{2+m}{2m+1} = \frac{m}{m+2}$$

$$m^2 + 4m + 4 = 2m^2 + m \rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \rightarrow (m-4)(m+1) = 0$$ $\rightarrow \boxed{m = 4}$ ✓ ، $\rightarrow m = -1$ ✗

$$\lim_{x \to 1} \frac{|x^2 + 4x - 5|}{4|x^2-1| + |x-1|} = \frac{7}{8}$$

۲

۹-

تابع در a و p ندارد ولی پیوسته نیست $\rightarrow$ صورت و مخرج در a صفر است $\rightarrow a^2 + a = 0 \rightarrow a(a+1) = 0$ $\rightarrow \boxed{a = -1}$ ✓ ، $\rightarrow a = 0$ ✗

$$|a^3 + (m-2)a + a^2| = 0 \rightarrow m = 2$$

$$\lim_{x \to -1} \frac{\sqrt{3}\,|-x-1|}{|x^3+1|} = \frac{\sqrt{3}\,|x+1|}{|x+1| \times |x^2 - x + 1|} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۲

۱۰-

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + |x|}{x^2 + a|x|} & x \neq 0 \\[2mm] \dfrac{2a-1}{2a+2} & x = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \lim_{x \to 0} = f(0) \rightarrow \lim_{x \to 0^+} = \frac{x^2 + x}{x^2 + ax} \xrightarrow{H.P} \frac{2x+1}{2x+a} \xrightarrow{x=0} \boxed{\frac{1}{a}}$$

$$\lim_{x \to 0^-} = \frac{x^2 - x}{x^2 - ax} \xrightarrow{H.P} \frac{2x-1}{2x-a} \xrightarrow{x=0} \frac{-1}{-a} = \boxed{\frac{1}{a}}$$

۱٫۲۵

$$f(0) = \frac{2a-1}{2a+2} = \lim_{x \to 0} f(x) \rightarrow \frac{2a-1}{2a+2} = \frac{1}{a} \rightarrow 2a^2 - a = 2a + 2 \rightarrow 2a^2 - 3a - 2 = 0$$

$$\rightarrow (2a+1)(a-2) = 0 \rightarrow a = 2 \ \text{،} \ a = -\frac{1}{2}$$

۱- عدد a باید تنها ریشه‌ی زیر رادیکال باشد و مخرج را هم صفر کند!

$\Delta = 0 \rightarrow (m+3)^2 - 4 \times 6(\frac{m}{2}) = m^2 - 6m + 9 = 0 \rightsquigarrow \boxed{m = 3}$

$\lim\limits_{x \to a} \frac{\sqrt{6(x^2+x+\frac{1}{4})}}{|2x^3+a^2|} = \frac{\sqrt{6}|x+\frac{1}{2}|}{|2x^3+a^2|} \rightsquigarrow 2a^3+a^2=0 \Rightarrow a=0$ (x عدداست صورت و مخرج صفر دقیق)

$\hookrightarrow a = -\frac{1}{2}$ ✓ $\rightsquigarrow \frac{\sqrt{6}|x\cancel{+}\frac{1}{2}|}{2|x\cancel{+}\frac{1}{2}||x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}|} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

$\frac{2\tan b}{\sqrt{-(-\frac{1}{2})}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \rightsquigarrow \tan b = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow b = \frac{\pi}{6}$

۶

$f(2a) = 0 \longrightarrow x = 2a$ ریشه‌ی صورت ✓

$x = a \longrightarrow$ ریشه‌ی مخرج ✓ و $f(a) = 2$ نقطه‌ی پیوستگی

$f(x) = \frac{(\cancel{x-a})(x-2a)}{-(\cancel{x-a})} = 2 \longrightarrow a = 2$

$x) = \frac{x^2-6x+8}{-(x-2)}$ $\Rightarrow m = -6$, $\hookrightarrow n = 8$ $\rightsquigarrow m - n = 14$

۱۰

$\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{x^2+x}{x^2+ax} = \frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(x+a)} = \frac{1}{a}$

$\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{x^2-x}{x^2-ax} = \frac{x(x-1)}{x(x-a)} = \frac{1}{a}$

$\rightsquigarrow f(0) = \frac{2a-1}{2a+2} = \frac{1}{a} \rightarrow 2a^2-3a-2=0$ $\Rightarrow a=2$, $\hookrightarrow a = \frac{1}{2}$

← مخرج ریشه دار میشود و پیوسته نیست!

if $a=2 \rightsquigarrow \lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \frac{x^2+x}{x^2+2x} = \frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+1} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \boxed{\frac{3}{5}}$

---

۲ ریشه‌ی مخرج باید ریشه‌ی صورت هم باشد پس ←

$1 + a + b = 0$

$5 - a + b < 0$ $\rightsquigarrow b = -3$, $a < 2$

$\left[\frac{-3-2(2)}{3}\right] = \left[-\frac{7}{3}\right] = -3$