کاملا اصلی

-۲

$f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x-1} \longrightarrow$ تا $(x-1)$ هم صورت و مخرج دارد، صورت بود که با صفر مساوی شد؟ $\longrightarrow (x-1)(x-b)=x^2+(-1-b)x+b \quad \boxed{a=-1-b}$

$5x^2-ax+b \xrightarrow[y=0]{x=1} 5-a+b=0 \to \boxed{b-a=5} \to \begin{cases} a+b=-1 \\ -a+b=5 \end{cases} \to 2a=-6 \to a=-3 \quad b=2$

$\to \left[\frac{b-2a}{3}\right]=\left[\frac{2+6}{3}\right]=2$

-۳

$\lim_{x\to1^-} f(x)=f(1)=\lim_{x\to1^+} f(x) \to \tan\frac{3a}{4}=\frac{|(x-1)(x+2)|}{a(1-x)} \xrightarrow{x>1} \frac{(x-1)(x+2)}{a(1-x)}$

	-2		1	
$+$	0	$-$	0	$+$

$\to \tan\frac{3a}{4}=\frac{-(x+2)}{a}=-\frac{3}{a}=-1 \to a=3$

$\lim_{x\to5^-} f(x)=f(5) \to \frac{\cancel{(5-1)}^{4}\cancel{(5+2)}^{7}}{3\cancel{(1-5)}_{-4}}=b(5-[-5])=10b \to -\frac{7}{3}=10b \to 30b=-7 \to b=-\frac{7}{30}$

$ab=\frac{3\times-7}{30}=-\frac{7}{10}$

-۴

$f(x)$ در R پیوسته و تابع غیر صفر $\Rightarrow a[x+1]+b[x+[a+1]]=a[x+1]+b[x+1]+b[a] \xrightarrow[R\text{ در}]{\text{پیوسته}} a[x+1]+b[x+1]=0$

$\to a+b=0 \to \boxed{b=-a} \to f(x)=b[a]=-a[a] \Rightarrow \frac{a[a]}{f(a)}=\frac{a[a]}{-a[a]}=-1$

-۵

$f(x)$ در R پیوسته و غیر صفر $\to \underbrace{b[x^2-ax]}_{0}-2a \to b=0 \to f(x)=-2a \to \frac{a}{f(b)}=\frac{a}{-2a}=-\frac{1}{2}$

-۶

$f(x)=\begin{cases} \frac{x^2+mx+n}{a-x} & x\neq a \\ 2 & x=a \end{cases}$ در R پیوسته $\Rightarrow f(a)=2=\lim_{x\to a} f(x) \to \frac{x^2+mx+n}{a-x}=\frac{-(x-a)(x-a+2)}{a-x}$

$\to f(2a)=0 \to \frac{\cancel{-a}(a+2)}{\cancel{-a}}=0 \to a=-2 \to f(x)=\frac{\cancel{-}(x+2)(x+4)}{\cancel{-}(x+2)}=\frac{x^2+\overset{m}{6}x+\overset{n}{8}}{x+2} \to n-m=8-6=2$

۷-

$f(x)=\begin{cases}(1-a)[x]+(3a^2-1)[-x] & x\notin \mathbb{Z}\\ b\,\text{sgn}\left(\frac{a}{a}\right) & x\in \mathbb{Z}\end{cases}$ در R پیوسته

چون تابع پیوسته است پس باید ضریب های [x] و [-x] برابر باشد تا به فرم $m([x]+[-x])$ برسیم $\to 1-a=3a^2-1$

$\to 3a^2+a-2=0 \to (3a-2)(a+1)=0 \to a=-1 \to (1-(-1))([x]+[-x])=2([x]+[-x]) \xrightarrow{x\notin \mathbb{Z}} 2\times(-1)=-2 \to b\,\text{sgn}(-a)=-2$

$\to \text{sgn}(-a)=0 \to \boxed{a\neq -1}$

$\to a=\frac{2}{3}$ ✓

$\cancel{(1-\frac{2}{3})}([x]+[-x]) \xrightarrow{x\notin \mathbb{Z}} -\frac{1}{3}=b\,\text{sgn}\left(\frac{a}{a}\right) \to -\frac{1}{3}=b\,\text{sgn}\,\frac{a}{a} \to b=\frac{1}{3}$

$\to \frac{a}{b}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}=2$

۸-

$\frac{|x^2+mx-m-1|}{m|(x-1)(x+1)|+|x-1|}=\frac{|(x+m+1)\cancel{(x-1)}|}{m|\cancel{(x-1)}(x+1)|+\cancel{|x-1|}} \to \frac{2+m}{2m+1}=\frac{m}{m+2}$

$m^2+4m+4=2m^2+m \to m^2-3m-4=0 \to (m-4)(m+1)=0 \to \boxed{m=4}$ ✓, $m=-1$ ✗

$\lim_{x\to\frac{1}{4}}\frac{|x^2+4x-5|}{4|x^2-1|+|x-1|}=\frac{7}{8}$

۹-

تابع در a و b دارد ولی پیوسته نیست $\to$ صورت و مخرج در a صفر است $\to a^2+a=0 \to a(a+1)=0 \to \boxed{a=-1}$ ✓, $a=0$ ✗ $\quad |a^3+(m-2)a+a^2|=0 \to m=2$

$\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt{3}\,|-x-1|}{|x^3+1|}=\frac{\sqrt{3}\,|x+1|}{|x+1|\times|x^2-x+1|}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۰-

$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} & x\neq 0\\ \frac{2a-1}{2a+2} & x=0\end{cases}$

$\to \lim_{x\to 0}=f(0) \to \lim_{x\to 0^+}=\frac{x^2+x}{x^2+ax}\xrightarrow{HOP}\frac{2x+1}{2x+a}\xrightarrow{x\to 0}\boxed{\frac{1}{a}}$

$\lim_{x\to 0^-}=\frac{x^2-x}{x^2-ax}\xrightarrow{HOP}\frac{2x-1}{2x-a}\xrightarrow{x\to 0}\frac{-1}{-a}=\boxed{\frac{1}{a}}$

$f(0)=\frac{2a-1}{2a+2}=\lim_{x\to 0}f(x) \to \frac{2a-1}{2a+2}=\frac{1}{a} \to 2a^2-a=2a+2 \to 2a^2-3a-2=0$

$\to (2a+1)(a-2)=0 \to a=2,\ a=-\frac{1}{2}$