۱۹٫۷۵ آفرین

نام و نام خانوادگی ...شایان هیتیان... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ...دوازدهم B...

۱

$f(x) \begin{cases} \dfrac{\sqrt{4x^2+(m+3)x+\frac{m}{4}}}{|3x^3+(m-3)x^2+a^2|} & x \neq a \\ \dfrac{2+\tan b}{\sqrt{-x}} & x = a \end{cases}$

$\Delta = (m+3)^2 - 4(4)\frac{m}{4} = (m-3)^2 = 0 \to m = 3$

$|3x^3+a^2|$ چون نقطه $x \neq a$ یعنی ریشه مخرج است $3a^3+a^2=0$ ، $a^2(3a+1)=0$

$a=0 \to \dfrac{2+\tan b}{\sqrt{-x}}$ ، $x=a$ تعریف نشده ✗

$a = -\frac{1}{3}$ ✓ → صورت و مخرج باید مقدار برابر شود → $\dfrac{|\sqrt{4}(x+\frac{1}{3})|}{|3x^3+\frac{1}{9}|} \to \lim_{x\to -\frac{1}{3}^+} \dfrac{\sqrt{4}x+3}{3x^2+\frac{1}{9}}$ هوپ $= \dfrac{3\sqrt{4}}{2}$

$f = \dfrac{2+\tan b}{\cdots} = \cdots$ ، $\tan b = \cdots \to b = \frac{\pi}{4}$

۲

$5x^2 - ax + b = 0 \xrightarrow{x=1} b - a = -5$

$\dfrac{x^2+ax+b}{x-1}$ تابع در $x=1$ ناپیوسته است پس ریشه مخرج است $\xrightarrow[\text{صورت صفر}]{\text{حد موجود}} a+b=-1$

$\begin{cases} a+b=-1 \\ b-a=-5 \end{cases} \to \begin{cases} b=-3 \\ a=2 \end{cases} \to \left[\dfrac{b-2a}{3}\right] = \left[\dfrac{-7}{3}\right] = -3$

۳

$\tan\dfrac{(2x+1)\pi}{4}$ ، $x \leq 1$ ؛ $f(1) \to \tan\frac{3\pi}{4} = -1$ ؛ $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} = \dfrac{-x-2}{a} = -\dfrac{3}{a}$

$\dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)}$ ، $1 < x < 5$ ؛ در ① پیوسته است $\xrightarrow{\text{در بازه } [1,5]}$ پیوسته ؛ $f(1) = \lim_{x\to 1^+} f(x) \to -1 = -\frac{3}{a} \to a = 3$

$b(x - [-x])$ ، $x \geq 5$ ؛ $f(5) = 10b$ ؛ $\lim_{x\to 5^-} f(x) = \dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} = \dfrac{-x-2}{a} = \dfrac{-7}{a}$

$\Rightarrow \dfrac{-7}{a} = -7 = 10b \to b = \dfrac{-7}{10} \Rightarrow ab = \dfrac{-7}{10}$

۱٫۷۵

۴

$f(x) = a[x+1] + b[x+[a+1]]$ ، $[x]+[a+1]$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = a + b[a+1] = f(0)$

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \cdots - b + b[a+1]$

$\to a + b[a+1] = -b + b[a+1] \Rightarrow a + b = 0$

$a[a]$ ؛ $\dfrac{a[a]}{a[a+1]+b[a]+b[a+1]}$ ، $\dfrac{a[a]}{a[a]+a+b[a]+b[a]+b}$

$\Rightarrow \dfrac{a}{a+2b} = \dfrac{a}{a+b+b} = \dfrac{a}{b} = \dfrac{-b}{b} = -1$

۵

$f(x) = b[x^2 - ax] - 2a$

تابع برای x های ناپیوسته است پس باید ضریب آن صفر شود $\leftarrow b=0$

$f(x) = -2a$

$\to \dfrac{a}{f(b)} = \dfrac{a}{-2a} = -\dfrac{1}{2}$

$f(x)\begin{cases}\dfrac{x^2+mx+n}{a-x} & x\neq a\\ 2 & x=a\end{cases} \rightarrow \lim_{x\to a^+} f(x) = \dfrac{x^2+mx+n}{a-x} \overset{HOP}{=} \dfrac{2x+m}{-1} = \dfrac{2a+m}{-1}$

$\lim_{x\to a^+} f(x) = f(a) \Rightarrow -2 = 2a+m$ — 6

$x^2+mx+n \xrightarrow{x=a} a^2+ma+n=0 \;\Big\}\; f(2a)=0 \Rightarrow \dfrac{4a^2+2am+n}{-a}=0$ (2)

$\rightarrow 4a^2+2am+n=0 \;\rightarrow\; 3a^2+ma=0 \Rightarrow a(3a+m)=0 \rightarrow a=-\frac{m}{3}$ ✓ ; $a=0$ ✗

$\rightarrow -2 = -\frac{2m}{3}+m \rightarrow m=-6 \quad a=2 \quad n=8 \rightarrow n-m = 8+6 = 14$

$f(x)\begin{cases}(1-a)[x]+(3a^2-1)[-x] & x\notin Z\\ b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right) & x\in Z\end{cases}$

$(1-a)[x]+(3a^2-1)\underbrace{(-[x]-1)}_{x\notin Z}$ $\xrightarrow{\text{ضریب باید صفر شود}}$ $1-a=3a^2-1 \rightarrow 3a^2+a-2=0$ — 7

$\xrightarrow{a=-1} f(x)\begin{cases}-2\\ b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right)\end{cases} \rightarrow b\sin(-\pi) = -2$ ✗ $\Big|$ $a=\frac{2}{3} \rightarrow f(x)\begin{cases}-\frac{2}{3}\\ b\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)=-1\end{cases}$ $b=\frac{2}{3}$; $a=-1$ ✗, $a=\frac{2}{3}$ $\rightarrow \frac{a}{b} = \dfrac{2/3}{2/3}$ … $=2$ (2)

$f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x^2+mx-m-1|}{m|x^2-1|+|x-1|} & x\neq 1\\ \dfrac{m}{m+2} & x=1\end{cases} \rightarrow \dfrac{|x-1|\,|x+m+1|}{|x-1|\,(m|x+1|+1)} = \dfrac{|x+m+1|}{m|x+1|+1}$

$\rightarrow \lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = \dfrac{2+m}{2m+1} = f(1) = \dfrac{m}{m+2} \rightarrow m^2+4+4m = 2m^2+m$ — 8

$m^2-3m-4=0 \quad (m-4)(m+1) \rightarrow m=4$ ✓ ; $m=-1$ ✗ $\quad \lim_{x\to \frac{1}{4}} f(x) = \dfrac{x+5}{4x+5} = \dfrac{21/4}{6/1} = \dfrac{7}{8}$ (2)

$\dfrac{\sqrt{3}|ax+a|}{|x^3+(m-2)x+a^2|}$ $\quad R-\{a\}$ دامنه $\rightarrow a^3+(m-2)a+a^2=0 \rightarrow a=0$ ✗

$a^2+(m-2)+a=0$

چون تابع نقطه شکستگی ندارد (پیوسته است) پس مشتق آن همواره مثبت است — 9

$3x^2+m-2 \Rightarrow m-2\geq 0 \rightarrow m\geq 2$ ✓ $\quad a^2+(m-2)+a=0 \rightarrow \Delta = 1-4(m-2)\geq 0$

$\rightarrow m=2 \rightarrow a(a+1)=0 \rightarrow a=-1$ (2)

$\lim_{x\to -1} \dfrac{\sqrt{3}|-x-1|}{|x^3+1|} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ✓

$\dfrac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} \quad x\neq 0 \quad \lim_{x\to 0^+} f(x) = \dfrac{x^2+x}{x^2+ax} = \dfrac{x+1}{x+a} = \dfrac{1}{a}$

$\dfrac{2a-1}{2a+2} \quad x=0 \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = \dfrac{x^2-x}{x^2-ax} = \dfrac{x-1}{x-a} = \dfrac{1}{a}$ ✓ — 10

$\dfrac{1}{a} = \dfrac{2a-1}{2a+2} \Rightarrow 2a+2 = 2a^2-a \Rightarrow 2a^2-3a-2=0 \rightarrow a=2$; $a=-\frac{1}{2}$ (2)

$\lim_{x\to \frac{1}{2}} f(x) = \dfrac{x^2+x}{x^2+2x} = \dfrac{x+1}{x+2} = \dfrac{3/2}{5/2} = \dfrac{3}{5}$ ✓

۳/ تابع در $x=1$ پیوسته از راست و $x=5$ پیوسته از چپ دارد!

$f(1) = \tan\frac{3\pi}{4} = -1$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} = \frac{(x+2)(x-1)}{-a(1-x)} = -1 \rightsquigarrow \frac{3}{a} = 1 \rightsquigarrow a = 3$$

$f(5) = b(5-[-5]) = 10b$

$$\lim_{x\to 5^-} \frac{|x^2+x-2|}{3(1-x)} = \frac{|25+5-2|}{3(-4)} = -\frac{28}{12} = -\frac{7}{3}$$

$\rightsquigarrow b = \frac{-7}{30}$ $\rightsquigarrow ab = -\frac{7}{30} \times 3 = \boxed{-0.7}$