(۱)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{4x^2+(m+2)x+\frac{m}{2}}}{|3x^3+(m-3)x^2+a^2|} & ;\ x\neq a\\[2mm] \dfrac{2\tan b}{\sqrt{-x}} & ;\ x=a\end{cases}$$

در R پیوسته $\quad 0<b\leq\pi$

$b=?$

۱۲

۰

---

(۲)

$5x^2-ax+b=0 \qquad f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{x-1} \qquad \left[\dfrac{b-2a}{a}\right]$

-4

$x=1:\ 1+a+b=0$

$x=-1:\ 5-a+b=0 \longrightarrow a=2\ ,\ b=-3$

$\dfrac{-3-4}{2}=\dfrac{-7}{2} \qquad \left[-\dfrac{7}{2}\right]=-4$

---

(۳)

$$f(x)=\begin{cases}\tan\dfrac{(2x+1)\pi}{4} & ;\ x\leq 1\\[2mm] \dfrac{[x^2+x-2]}{a(1-x)} & ;\ 1<x<5\\[2mm] b(x-[-x]) & ;\ x\geq 5\end{cases}$$

$[1,5]$ پیوسته $\qquad ab=?$

$1\longrightarrow \tan\dfrac{3\pi}{4}=1$

$\dfrac{2x+1}{-a}=\dfrac{3}{-a}=1\longrightarrow a=-3$

$x=5\longrightarrow \dfrac{28}{-12}$

$\lim\limits_{x\to 5}\ 10b=\dfrac{-28}{12}\longrightarrow b=\dfrac{-28}{120}=-\dfrac{7}{30}\to b=-\dfrac{7}{30}$

$-\dfrac{7}{30}\times 3=-\dfrac{21}{30}=-\dfrac{7}{10}$

$-\dfrac{7}{10}$

---

(۴)

$f(x)=a[x+1]+b[x+[a+1]]$ در R پیوسته $\qquad \dfrac{a[a]}{f(a)}$

-1

ضریب براکت x باید صفر شود

$=(a+b)[x]+a+b+b[a]$

$a=-b \qquad f(a)=a+\cancel{b}-a[a]=-a[a]\longrightarrow \dfrac{a[a]}{-a[a]}=-1$

---

(۵)

$f(x)=b[x^2-ax]-2a$ در R پیوسته $\qquad \dfrac{a}{f(b)}$

ضریب براکت صفر

$-\dfrac{1}{2}$

$b=0\longrightarrow f(x)=-2a\longrightarrow \dfrac{a}{f(b)}=\dfrac{a}{-2a}=-\dfrac{1}{2}$

۶

۷

$$f(x)=\begin{cases}(1-a)[x]+(2a^2-1)[-x] & ; x\notin \mathbb{Z}\\ b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right) & ; x\in \mathbb{Z}\end{cases}$$ پیوسته R $\quad \frac{a}{b}=?$

$1-a=2a^2-1 \rightarrow \quad 2a^2+a-2=0 \rightarrow a^2+a-6=0 \rightarrow (a+2)(a-\frac{3}{2})=0$

$a= -1 , \frac{3}{2}$

$\frac{1}{2}[x]+\frac{1}{2}[-x]=\frac{1}{2}\times 0+\frac{1}{2}\times -1=-\frac{1}{2}$

$b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right)=b\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}\rightarrow b=\frac{1}{2} \qquad \frac{a}{b}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}}=3$

۳

۸

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x^2+mx-m-1|}{m|x^2-1|+|m-1|} & ; x\neq 1\\ \dfrac{m}{m+2} & ; x=1\end{cases}$$

$\xrightarrow{\quad} \frac{2x+m}{2mx+1} \xRightarrow{x=1} \frac{2+m}{2m+1}$

$; x=1 \rightarrow \frac{m}{m+2}=\frac{2+m}{2m+1}\rightarrow 2m^2+m=m^2+4m+4$

$m^2-3m-4=0$

$m=-1 , 4$

ناپیوسته کامل

$\lim_{x\to \frac{1}{m}} f(x) \qquad x=\frac{1}{4}\rightarrow$

$\frac{|\frac{1}{16}+1-4\pm 1|}{\frac{60}{16}+|\frac{3}{4}|}=\frac{\frac{63}{64}}{\frac{72}{64}}=\frac{7}{8}$

$\frac{7}{8}$

۹

$f(x)=\dfrac{\sqrt{2}|ax+a|}{|x^2+(m-2)x+a^2|} \qquad R-\{a\} \qquad x\neq a \qquad \lim_{x\to a} f(x)$

$x=a\rightarrow$

دوازدهم

-۱ عدد a باید تنها ریشه‌ی زیر رادیکال باشد و مخرج را هم صفر کند!

$\Delta=0 \rightarrow (m+3)^2 - 4\times 9(\frac{m}{3}) = m^2-6m+9=0 \rightsquigarrow \boxed{m=3}$

$\lim\limits_{x\to a} \frac{\sqrt{6(x^2+x+\frac{1}{4})}}{|2x^3+a^2|} = \frac{\sqrt{6}|x+\frac{1}{2}|}{|2x^3+a^2|} \rightsquigarrow 2a^3+a^2=0 \Rightarrow a=0$ (مخرج صفر دقیق و صورت عدد است x)

$\hookrightarrow a=-\frac{1}{2}$ ✓ $\rightsquigarrow \frac{\sqrt{6}|\cancel{x+\frac{1}{2}}|}{2|\cancel{x+\frac{1}{2}}||x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}|} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

$\frac{2\tan b}{\sqrt{-(-\frac{1}{2})}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \rightsquigarrow \tan b = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow b=\frac{\pi}{6}$

۶

$f(2a)=0 \longrightarrow x=2a$ ریشه‌ی صورت ✓

$x=a \longrightarrow$ ریشه‌ی مخرج ✓ و $f(a)=2$ نقطه‌ی پیوستگی ✓

$f(x) = \frac{(\cancel{x-a})(x-2a)}{-(\cancel{x-a})} = 2 \rightarrow a=2$

$f(x) = \frac{x^2-6x+8}{-(x-2)} \Rightarrow m=-6,\ n=8 \rightsquigarrow m-n=14$

۹

$x=a$ ریشه‌ی صورت $\rightsquigarrow a^2+a=0 \Rightarrow a=0$ ✓, $a=-1$ ✗

$a^3+a(m-2)+a^2=0 \rightsquigarrow -1-m+2+1=0 \rightsquigarrow m=2$

$\lim\limits_{x\to -1} \frac{\sqrt{3}|-x-1|}{|x^3+1|} = \frac{\sqrt{3}}{|x^2-x+1|} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۰

$\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{x^2+x}{x^2+ax} = \frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(x+a)} = \frac{1}{a}$

$\lim\limits_{x\to 0^-} \frac{x^2-x}{x^2-ax} = \frac{x(x-1)}{x(x-a)} = \frac{1}{a}$

$\rightsquigarrow f(0) = \frac{2a-1}{2a+2} = \frac{1}{a} \rightarrow 2a^2-3a-2=0 \Rightarrow a=2$, $a=-\frac{1}{2}$

← مخرج ریشه دارد و پیوسته نیست!

if $a=2 \rightsquigarrow \lim\limits_{x\to \frac{1}{2}} \frac{x^2+x}{x^2+2x} = \frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+1} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \boxed{\frac{3}{5}}$