Subject : (۲۰ آذر) ایرکانسف

Date : ....

①

$\Delta \le 0 \Rightarrow \Delta = m^2 + 9 - 6m = (m-3)^2 \Rightarrow (m-3)^2 = 0 \Rightarrow m = 3$

$y_1 = \dfrac{\sqrt{3}\,|x+\frac{1}{2}|}{|2x^3 + a^2|} \xrightarrow[x=\alpha \text{ جواب است}]{\text{ناپیوسته } x=a} 2x^3 + a^2 = 0 \rightarrow 2a^3 + a^2 = 0$ $\begin{cases} a = 0 \;\times \\ a = -\frac{1}{2} \;\checkmark \end{cases}$

$a = -\frac{1}{2} \Rightarrow y_1 = \dfrac{\sqrt{3}\,|x+\frac{1}{2}|}{|2x^3 + \frac{1}{4}|} = \dfrac{\sqrt{3}\,|x+\frac{1}{2}|}{2|x+\frac{1}{2}||x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}|} \xrightarrow{x=-\frac{1}{2}} \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ ۲

$y_2 = \dfrac{2\tan b}{\sqrt{-x}} \xrightarrow[a=-\frac{1}{2}]{x=a} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow b = \dfrac{\pi}{6}$

②

$5x^2 - ax + b = 0 \xrightarrow{x=1} 5 - a + b = 0$

$f(x) = \dfrac{x^2 + ax + b}{x-1} \xrightarrow{x=1} 1 + a + b = 0$

$\Rightarrow 6 + 2b = 0$

$b = -3 \Rightarrow a = 2$ ۲

$\left[\dfrac{-3 - 2(2)}{3}\right] = -3$

③

$x = 1 \Rightarrow y = \tan\left(\dfrac{3\pi}{4}\right) = -1$

if $x \to 1^+ \Rightarrow y = -1 \Rightarrow \dfrac{(x+2)\cancel{(x-1)}}{a\cancel{(1-x)}} = -1 \Rightarrow \dfrac{-3}{a} = -1 \Rightarrow \boxed{a = 3}$ ۲

$x = 5 \Rightarrow y = 10b$

$x = 5^- \Rightarrow y = \dfrac{28}{-4(a)3} = \dfrac{-7}{3} \Rightarrow \boxed{b = \dfrac{-7}{30}}$ $\Rightarrow \boxed{ab = -\dfrac{7}{10}}$

④

$f(x) = a[x+1] + b[x + [a+1]] = a([x]+1) + b([x] + [a] + 1) =$

$a[x] + a + b[x] + b[a] + b \rightarrow f(x) = (a+b)[x] + (a+b) + b[a]$

$a + b = 0 \rightarrow a = -b$ ⇐ تابع براکتی است اما پیوسته است

$f(x) = b[a]$

از حفظ

$\Rightarrow \dfrac{a[a]}{f(a)} = \dfrac{a[a]}{b[a]} = \dfrac{a}{b} = -1$ ۲

— Arman

Subject : (   )   Date : ....

$f(x) = b[x^2 - ax] - 2a = b[x(x-a)] - 2a \xrightarrow{b=0} f(x) = -2a$ ⑤

که تابع بر ایکس‌ها متقاطع نباید باشد

۲

$\frac{a}{f(a)} = -\frac{1}{2}$

$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim \frac{x^2 + mx + n}{a - x}$ ⑥

$f(a) = 2$

$\Rightarrow f(x) = \frac{(x-a)(x-2a)}{(a-x)}$

$= \frac{x^2 + mx + n}{a - x}$

$f(2a) = 0$ زیرا

۲

$m = -3a$

$n = 2a^2 \Longrightarrow \lim_{x \to a} f(x) = \frac{(x-a)(x-2a)}{a-x} = -(a-2a) = a$

$\lim_{x \to 0} f(x) = f(a) \to a = 2 \to m = -6$

$n = 8 \Rightarrow n - m = 14$

$f(x) = \begin{cases} 1 - a[x] + (3a^2 - 1)[-x] & x \notin Z \\ b \sin\left(\frac{\pi}{a}\right) & x \in Z \end{cases}$ ⑦

$1 - a = 3a^2 - 1 \Rightarrow 3a^2 + a - 2 = 0 \to (3a-2)(a+1) = 0 \to a = -1$

اگر بخواهیم تابع پیوسته باشد

با جایگذاری غلط می‌شود

$a = \frac{2}{3}$

$x \notin Z = \frac{1}{2}\{\underbrace{[x] + [-x]}_{-1}\} = -\frac{1}{2}$

۲

$x \in Z = b\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -b = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{a}{b} = 2$

— Arman ————

Subject : (   )   Date :

۸

$$\lim_{x\to -1} \frac{|x-1|\,|x^2(m+1)|}{|x-1|\,(m|x+1|+1)} = \frac{|x+(m+1)|}{m|x+1|+1} = \frac{|m+2|}{2m+1}$$

۲

$m \geq -\frac{1}{2}$

$\lim_{x\to 1} f(x) = f(1) \Rightarrow 2m^2+m = (m+2)^2 \to m=4$

$m<-\frac{1}{2}$: $2m^2+m = -(m+2)^2 \to$ ✗ بدون جواب

$\frac{|m+2|}{2m+1} = \frac{m}{m+2}$ → $m=-1$ ⇐ مخرج ریشه داره نشود

$m=4 \Rightarrow f(x) = \frac{|x+5|}{(4|x+1|+1)}$ ⇐ تابع پیوسته $m=4$

$$\lim_{x\to \frac{1}{4}} f(x) = \frac{|\frac{1}{4}+5|}{4|\frac{1}{4}+1|+1} = \frac{7}{8}$$

۹

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}\,|ax+a|}{|x^3+(m-2)x+a^2|} = \frac{\sqrt{3}\,|a|\,|x+1|}{|x^3+(m-2)x+a^2|}$$

ریشه صورت ⇐ $x=-1$

ریشه مخرج هم هست

$|a=-1|$

$x^3+(m-2)x+a^2 \xrightarrow{x=-1} 0 \Rightarrow \boxed{m=2}$

۲

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{3}\,|x+1|}{|x+1|\,|x^2-x+1|} = \frac{\sqrt{3}}{|x^2-x+1|} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱۰

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} = \frac{|x|+1}{|x|+a} = \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{2a-1}{2a+c} \Rightarrow a=\frac{1}{2}, \; a=2$$

⇐ مخرج ریشه دارد و ناپیوسته

$$f(x) = \frac{\cancel{|x|}(|x|+1)}{\cancel{|x|}(|x|+c)}$$ ⇐ مخرج ریشه ندارد

۲

$$\lim_{x\to \frac{1}{2}} f(x) = \frac{\cancel{|x|}(|x|+1)}{\cancel{|x|}(|x|+c)} = \cancel{\frac{3}{5}}$$