Subject : (   ) ابر کاشف   Date : ....

①

$\Delta \le 0 \Rightarrow \Delta = m^۲ + ۹ - ۶m = (m-۳)^۲ \Rightarrow (m-۳)^۲ = 0 \Rightarrow m = ۳$

$y_۱ = \frac{\sqrt{۶}\,|x+\frac{۱}{۲}|}{|۲x^۳ + a^۲|} \xrightarrow[x=a \text{ قابل رفع}]{x=a \text{ ناپیوسته}} ۲x^۳ + a^۲ = 0 \rightarrow ۲a^۳ + a^۲ = 0$
$a = 0$ ✗
$a = -\frac{۱}{۲}$ ✓

$a = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow y_۱ = \frac{\sqrt{۶}\,|x+\frac{۱}{۲}|}{|۲x^۳ + \frac{۱}{۴}|} = \frac{\sqrt{۶}\,|x+\frac{۱}{۲}|}{۲|x+\frac{۱}{۲}|\,|x^۲ - \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۴}|} \xrightarrow{x=-\frac{۱}{۲}} \frac{۲\sqrt{۶}}{۳}$

$y_۲ = \frac{۲\tan b}{\sqrt{-x}} \xrightarrow[a=-\frac{۱}{۲}]{x=a} = \frac{۲\sqrt{۶}}{۳} \Rightarrow b = \frac{\pi}{۶}$

②

$۵x^۲ - ax + b = 0 \xrightarrow{x=۱} ۵ - a + b < 0$

$f(x) = \frac{x^۲ + ax + b}{x-۱} \Rightarrow_{x<۱} ۱ + a + b < 0$

$\} \Rightarrow ۶ + ۲b = 0$

$b = -۳ \Rightarrow a = ۲$

$\left[\frac{-۳ - ۲(۲)}{۳}\right] = -۳$

③

$x = ۱ \Rightarrow y = \tan(\frac{۳\pi}{۴}) = -۱$

if $(x = ۱)^{+} \Rightarrow y = -۱ \Rightarrow \frac{(x+۲)\cancel{(x-۱)}}{a\cancel{(۱-x)}} = -۱ \Rightarrow \frac{-۳}{a} = -۱ \Rightarrow \boxed{a = ۳}$

$x = ۵ \Rightarrow y = ۱۰b$

$x = ۵^{-} \Rightarrow y = \frac{۲۸}{-۴(a)۳} = \frac{-۷}{۳} \Rightarrow \boxed{b = \frac{-۷}{۳۰}}$

$\Rightarrow \boxed{ab = -\frac{۷}{۱۰}}$

④

$f(x) = a[x+۱] + b[x+[a+۱]] \rightarrow a([x]+۱) + b([x]+[a]+۱) =$

$a[x] + a + b[x] + b[a] + b \rightarrow f(x) = (a+b)[x] + (a+b) + b[a]$

$a + b = 0 \rightarrow a = -b \Leftarrow$ تابع پراکنی است اما پیوسته است

از متن

$f(x) = b[a]$

$$\Rightarrow \frac{a[a]}{f(a)} = \frac{a[a]}{b[a]} = \frac{a}{b} = -۱$$

$f(x) = b[x^۲ - ax] - ۲a = b[x(x-a)] - ۲a \xrightarrow{b=0} f(x) = -۲a$ ⑤

که تابع برای کلی نقاط پیوسته باشد

$\frac{a}{f(a)} = \boxed{-\frac{۱}{۲}}$

$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim \frac{x^۲+mx+n}{a-x}$ $\Rightarrow f(x) = \frac{\boxed{(x-a)(x-۲a)}}{(a-x)}$ ⑥

$f(a)=۲$

$= \frac{x^۲+mx+n}{a-x}$

$f(۲a)=0$ زیرا

$m=-۳a$

$n=۲a^۲ \Longrightarrow \lim_{x\to a} f(x) = \frac{(x-a)(x-۲a)}{a-x} = -(a-۲a) = a$

$\lim_{x\to 0} f(x) = f(a) \to a=۲ \to m=-۶$

$n=۸ \Rightarrow n-m = \boxed{۱۴}$

$f(x) = \begin{cases} ۱-a[x]+(۳a^۲-۱)[-x] & x\notin Z \\ b\sin(\frac{\pi}{a}) & x\in Z \end{cases}$ ⑦

اگر بخواهیم تابع پیوسته باشد

$۱-a = ۳a^۲-۱ \Rightarrow ۳a^۲+a-۲=0 \to (۳a-۲)(a+۱)=0 \to a=-۱ \to$ با جاگذاری غلط می‌شود

$\boxed{a=\frac{۲}{۳}}$

$x\notin Z = \frac{۱}{۲}\{\underbrace{[x]+[-x]}_{-۱}\} = -\frac{۱}{۲}$

$x\in Z = b\sin(\frac{۳\pi}{۲}) = -b = -\frac{۱}{۲} \to \boxed{b=\frac{۱}{۲}}$ $\frac{a}{b} = \boxed{۲}$

⑧

$$\lim_{x\to 1}\frac{|x-1|\,|x+(m+1)|}{|x-1|\,(m|x+1|+1)}=\frac{|x+(m+1)|}{m|x+1|+1}=\frac{|m+2|}{2m+1}$$

$$\lim_{x\to 1} f(x)=f(1)\xrightarrow{m\geq -2} 2m^2+m=(m+2)^2 \to m=-1,\ m=4$$

$$m<-2 \text{ اگر } \quad 2m^2+m=-(m+2)^2 \to \times \text{ بدون جواب}$$

$$\frac{|m+2|}{2m+1}=\frac{m}{m+2}$$

$m=-1 \Rightarrow$ مخرج ریشه‌دار می‌شود

$m=4 \Rightarrow f(x)=\dfrac{|x+5|}{(4|x+1|+1)} \Rightarrow$ تابع پیوسته $\Rightarrow \boxed{m=4}$

$$\lim_{x\to\frac14} f(x)=\frac{|\frac14+5|}{4|\frac14+1|+1}=\boxed{\frac{7}{8}}$$

---

⑨

$$f(x)=\frac{\sqrt{3}\,|ax+a|}{|x^3+(m-2)x+a^2|}=\frac{\sqrt{3}\,|a|\,\overbrace{|x+1|}}{|x^3+(m-2)x+a^2|}$$

$x=-1 \Rightarrow$ ریشه صورت

ریشه مخرج هم هست

$\boxed{a=-1}$

$$x^3+(m-2)x+a^2\xrightarrow{x=-1}0\Rightarrow \boxed{m=2}$$

$$\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{3}\,|x+1|}{|x+1|\,|x^2-x+1|}=\frac{\sqrt{3}}{|x^2-x+1|}=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

---

⑩

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2+|x|}{x^2+a|x|}=\frac{|x|+1}{|x|+a}=\frac{1}{a}\Rightarrow \frac{1}{a}=\frac{2a-1}{2a+2}\Rightarrow a=\frac{1}{2},\ a=2 \Rightarrow$$ مخرج ریشه‌دار و ناپیوسته

$$f(x)=\frac{\cancel{|x|}(|x|+1)}{\cancel{|x|}(|x|+2)}\Rightarrow$$ مخرج ریشه ندارد

$$\lim_{x\to\frac12} f(x)=\frac{\cancel{|x|}(|x|+1)}{\cancel{|x|}(|x|+2)}=\boxed{\frac{3}{5}}$$