۱۹۵ آفرین

محسن سلطانی

(۱) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{9x^2+(m+1)x+\frac{a}{2}}}{|2x^2+(m-1)x^2+a^2|} & x\neq a\\[2mm] \dfrac{2\tan b}{\sqrt{-x}}\end{cases}$

(حذفی) ریشه مضاعف است $\frac{a}{2} = a$

پیوسته $\xrightarrow{\text{جانبی}} +\infty$

$\tan b=+\infty \rightarrow b=\frac{\pi}{2}$

---

(۲) $f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{x-1}$ $\quad 5x^2-ax+b=0$ $\quad \left[\dfrac{b-2a}{3}\right]?$

$5-a+b=0$ $\quad b=-4$

$1+a+b=0$ $\quad a=2$

$b=-4$, $a=2$

$\left[\dfrac{-4-4}{3}\right]=\left[\dfrac{-8}{3}\right]=-3$

---

(۳) $f(x)=\begin{cases}\tan\dfrac{(2x+1)\pi}{4} & x\leq 1\\[2mm] \dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} & 1<x<5\\[2mm] b(x-[-x]) & x\geq 5\end{cases}$

$a=3$

$b=\frac{-7}{30}$

۱ جانبی $\rightarrow \left(\tan\frac{+3\pi}{4}\right)=-1 \rightarrow a=3$

جانبی $\xrightarrow{} 5 \rightarrow b=\frac{-7}{30}$

---

(۴) $f(x)=a[x+1]+b[x+[a+1]]$ $\quad \dfrac{a[a]}{f(a)}$ $\quad -1$

$a[x]+a+b[x]+b[a]+b$ $\rightarrow$ بسته $a=-b$

$f(a)\Rightarrow -a[a]$

$\dfrac{a[a]}{-a[a]}=-1$

---

(۵) $f(x)=b[x^2-ax]-2a$ $\quad \dfrac{a}{f(b)}$ $\quad -\frac{1}{2}$

$\rightarrow b=0$

$\dfrac{a}{-2a}=-\dfrac{1}{2}$

---

(۶) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+mx+n}{a-x} & x\neq a\\ 2 & x=a\end{cases}$ $\quad f(2a)=0$ $\quad n-m=?$

$m=4$ $\quad n=8$

$\dfrac{-(x-a)(x-2a)}{a-x}\Rightarrow -x+2a=2 \Rightarrow a=2$

x^2-4x+8 $\quad m=-4$ $\quad n=8$

---

(۷) $f(x)=\begin{cases}(1-a)[x]+(3a^2-1)[-x] & x\notin \mathbb{Z}\\ b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right) & x\in \mathbb{Z}\end{cases}$

$\dfrac{a=\frac{2}{3}}{b=\frac{1}{4}}=2$

$1-a=3a^2-1\Rightarrow 3a^2+a-2=0$

$\Delta=1+(4)(2)(3)\Rightarrow 25\Rightarrow \dfrac{-1\pm5}{6}$

$b\sin\left(\frac{3}{2}\pi\right)=\dfrac{-1}{4}\Rightarrow b=\frac{1}{4}$

غ ق ق $a=-1$

ق ق $a=\frac{2}{3}$

---

(۸) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x^2+mx-m-1|}{m|x^2-1|+|x-1|} & x\neq1\\[2mm] \dfrac{m}{m+2} & x=1\end{cases}$ $\quad \lim\limits_{x\to\frac{1}{m}} f(x)$

$\dfrac{|(x-1)(x+(m+1))|}{|x-1|(m|x+1|+1)} \xrightarrow{\text{جانبی ۱}} \dfrac{m+2}{2m+1} \Rightarrow = \dfrac{m}{m+2}$

$m=-1$ غ ق ق $\quad 4$ ق ق

$f(x) \xrightarrow[\lim x\to\frac{1}{4}]{} \dfrac{|x^2+4x-5|}{4|x^2-1|+|x-1|}=\dfrac{7}{8}$

---

(۹) $f(x)=\dfrac{\sqrt{3}|ax+a|}{|x^2+(m-2)x+a^2|}$ $\quad$ $\frac{a}{?}$ به صورت مبهم است a

۱۷۵

$a^3+(m-2)a+a^2=0$

$a^3+a+(m-2)=0$ $\quad a=-1 \rightarrow m=3$

$a^2+a=0$ $\quad a=-1$ $\quad a=0$

$\dfrac{\sqrt{3}|ax+a|}{x^2+a^2}\xrightarrow{\text{Hop}}\sqrt{3}$

---

(۱۰) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} & x\neq0\\[2mm] \dfrac{2a-1}{2a+2} & x=0\end{cases}$ $\quad \dfrac{1}{a}=\dfrac{2a-1}{2a+2}\rightarrow a=2$

$\rightarrow \dfrac{3}{5}$

گسسته سلطانی ۱۲

(۱) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{9x^2+(m+4)x+\frac{a}{4}}}{|4x^3+(m-4)x^2+a^2|} & x\neq a\\[2mm] \dfrac{2\tan b}{\sqrt{-x}}\end{cases}$ $\quad (b=\frac{\pi}{2})$

a ریشه مضاعف است (منفی)

$\xrightarrow{\text{حد راست}} +\infty$

$\tan b=+\infty \longrightarrow b=\frac{\pi}{2}$

---

(۲) $f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{x-1}$ $\quad 5x^2-ax+b=0 \quad \left[\frac{b-2a}{3}\right]?$

$b=-3$
$a=2$

$5-a+b=0 \quad b=-3$
$1+a+b=0 \quad a=2$

$\left[\frac{-3-4}{4}\right]=\left[\frac{-7}{4}\right]=-2$

---

(۳) $f(x)=\begin{cases}\tan\frac{(2x+1)\pi}{4} & x\leq 1\\[1mm] \dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} & 1<x<5\\[1mm] b(x-[-x]) & x\geq 5\end{cases}$ $\quad a=3,\ b=\frac{-7}{30}$

$1 \xrightarrow{\text{حد چپ}} \left(\tan\frac{3\pi}{4}\right)=-1 \longrightarrow a=3$

$\xrightarrow{\text{حد چپ}} 5 \longrightarrow b=\frac{-7}{30}$

---

(۴) $f(x)=a[x+1]+b[x+[a+1]]$ $\quad \frac{a[a]}{f(a)}$ $\quad (-1)$

$a\cancel{[x]}+a+\cancel{b[x]}+\underset{-a}{b}[a]+\underset{-a}{b} \xrightarrow{\text{پیوسته}} a=-b$

$f(a) \Rightarrow -a[a]$

$\dfrac{a[a]}{-a[a]}=-1$

---

(۵) $f(x)=b\left[x^2-ax\right]-2a$ $\quad \frac{a}{f(b)}$ $\quad \frac{-1}{2}$

$\longrightarrow b=0$

$\dfrac{a}{-2a}=\dfrac{-1}{2}$

---

(۶) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+mx+n}{a-x} & x\neq a\\[1mm] 4 & x=a\end{cases}$ $\quad f(2a)=0 \quad n-m=?$

$m=-4$
$n=8$

$\dfrac{-(\cancel{x-a})(x-2a)}{\cancel{a-x}} \Rightarrow -a+2a=2 \Rightarrow a=2$

$x^2-4x+8 \quad m=-4 \quad n=8$

---

(۷) $f(x)=\begin{cases}(1-a)[x]+(3a^2-1)[-x] & x\notin \mathbb{Z}\\[1mm] b\sin\left(\frac{\pi}{a}\right) & x\in\mathbb{Z}\end{cases}$

$\dfrac{a=\frac{2}{3}}{b=\frac{1}{4}}=2$

$1-a=3a^2-1 \Rightarrow 3a^2+a-2=0$

$\Delta=1+(4)(2)(3)\Rightarrow 25 \Rightarrow \frac{-1\pm5}{6}$

$b\sin\left(\frac{3}{2}\pi\right)=\frac{-1}{3} \Rightarrow b=\frac{1}{3}$

غ ق ق $a=-1$

ق ق $a=\frac{2}{3}$

---

(۸) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x^2+mx-m-1|}{m|x^2-1|+|x-1|} & x\neq 1\\[2mm] \dfrac{m}{m+2} & x=1\end{cases}$ $\quad \lim\limits_{x\to\frac{1}{m}} f(x)$

$\dfrac{|\cancel{x-1}|\,|x+(m+1)|}{|\cancel{x-1}|\,(m|x+1|+1)} \xrightarrow{\text{حد چپ } 1} \dfrac{m+2}{2m+1} \Rightarrow =\dfrac{m}{m+2}$

$m=-1$ ق ق غ

4 ق ق

$f(x) \xrightarrow{\lim x\to\frac{1}{4}} \dfrac{|x^2+4x-5|}{4|x^2-1|+|x-1|}=\dfrac{7}{8}$

---

(۹) $f(x)=\dfrac{\sqrt{3}\,|ax+a|}{|x^3+(m-2)x+a^2|}$ $\quad a$ ریشه صورت و مخرج است

$a^3+(m-2)a+a^2=0$

$a^2+a+(m-2)=0 \quad a=-1 \longrightarrow m=2$

$a^2+a=0 \quad a=-1,\ a=0$

$\dfrac{\sqrt{3}\,|ax+a|}{x^2+a^2} \xrightarrow{\text{Hop}} \sqrt{3}$

---

(۱۰) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+|x|}{x^2+a|x|} & x\neq 0\\[2mm] \dfrac{2a-1}{2a+2} & x=0\end{cases}$ $\quad \xrightarrow{\cancel{|x|}} \dfrac{1}{a}=\dfrac{2a-1}{2a+2} \Rightarrow a=2$

$\longrightarrow \dfrac{3}{5}$

$x=a$ ریشه‌ی صورت $\rightsquigarrow a^{۲}+a=۰ \begin{cases} \rightarrow a=۰ \checkmark \\ \rightarrow a=-۱ \times \end{cases}$ ۹

$a^{۳}+a(m-۲)+a^{۲}=۰ \rightsquigarrow -۱-m+۲+۱=۰ \rightsquigarrow m=۲$

$$\lim_{x\to -۱} \frac{\sqrt{۳}|-x-۱|}{|x^{۳}+۱|} = \frac{\sqrt{۳}}{|x^{۲}-x+۱|} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$