آزمون ۸۱۷۵

۱-

$\Delta = 0 \to (m+3)^2 - 4(\frac{m}{3})(9) \to m^2 - 6m + 9 = 0 \to m = 3 \to a = -\frac{1}{2}$

$\frac{\sqrt{6(x+\frac{1}{2})^2}}{2|x^3+\frac{1}{8}|} = \frac{\sqrt{6}\,|x+\frac{1}{2}|}{2|x+\frac{1}{2}|\,|x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}|} = \frac{\sqrt{6}}{2|\frac{3}{4}|} = \frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{\cancel{2}\tan b \times \sqrt{\cancel{6}}}{\sqrt{\cancel{6}}} \to \frac{\cancel{2}\sqrt{6}\times\sqrt{3}}{3} \to b = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$

۲

۲-

پیوستگی $f \to x=1 \to \lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1} =$ موجود $\to f(1)=0 \to 1+a+b=0$

$ax^2 - ax + b \xrightarrow{x=1} 5 - a + b = 0 \to 6 + 2b = 0 \to b = -3 \to a = 2$

ص ۱۷۵

$[\frac{-3-2(2)}{3}] = [-\frac{7}{3}] = \cancel{2}$ -3

۳-

$f(1) = f(1^\pm) \to f(1) = f(1^-) = \tan\frac{3\pi}{4} = -1 = f(1^+) = \frac{|(x+2)(x-1)|}{a(1-x)} = \frac{-(x+2)}{-a} = \frac{3}{-a} = -1 \to a = 3$

$f(5) = f(5^\pm),\ f(5^-) = \frac{27-7}{3\times 4} = -\frac{7}{3}$

$f(5) = 10b = -\frac{7}{3} + b = -\frac{7}{30} \to ab = 3\times\frac{-7}{3\times 10} = -\frac{7}{10}$

۲

۴-

$a[x] + a + b[x] + b[a] + b \to f(x) = a + b + b[a] = f(a)$

$x = k \to$ ناپیوستگی $\to a[x] + b[x] = 0 \to a = -b$

$\frac{a[a]}{a-a-a[a]} = -1$

۲

۵-

$f(x) = b[x^2 - ax] - 2a \xrightarrow{\text{پیوستگی}} b = 0 \to f(x) = -2a = f(b)$ $\quad \frac{a}{f(b)} = \frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$

۶-

$f(a^\pm) = \underbrace{f(a)}_{2} \to \frac{a^2+ma+n}{(a-a)} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \frac{2a+m}{-1} = 2 \to 2a+2 = -m \xrightarrow{*} 2a+2 = 3a \to a = 2$

صفرِ مخرج ریشه‌ی صورت باید مرتبه‌اش ۲ باشد

$f(a) = f(2a) = 0 \to (x-2)(x-4) = x^2 - \underbrace{3a}_{m}x + 2a^2$ $\quad 8 = n$

$m = -6$

$n - m = 8 - (-6) = 14$

۲

۷-

$$f(x)=\begin{cases}(1-a)[x]+(3a^2-1)[-x] & ; x\notin Z\\ b\sin(\frac{\pi}{a}) & x\in Z\end{cases}$$

$3a^2-1=1-a \rightarrow 3a^2+a-2=0 \rightarrow a^2+a-6=0$
$(a+3)(a-2)=0 \rightarrow a=-\frac{3}{3}, \frac{2}{3}$

$a=-1 \rightarrow 2[x]+2[-x]=-2 \quad x\notin Z \rightarrow b\sin(-\pi)=0 \rightarrow -2\neq 0$ ✗

$a=\frac{2}{3} \rightarrow \frac{1}{3}([x]+[-x])=-\frac{1}{3} \quad x\in Z \rightarrow b\sin(\frac{3\pi}{2})=-\frac{1}{3} \rightarrow b=\frac{1}{3}$

$\rightarrow \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}=2$

۲

۸-

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{|\cancel{x-1}||x+m+1|}{|\cancel{x-1}|(m|m+1|+1)} & x\neq 1\\ \dfrac{m}{m+2} & x=1\end{cases}$$

$f(1^+)=f(1)=\frac{|m+2|}{2m+1}=\frac{m}{m+2}$

$m^2+4m+4-2m^2-m=0$
$m^2-3m-4=0 \; m=4 ✓ \; ی \; m=-1$ ✗

$\lim_{x\to 4} f(x)=\frac{7}{8}=\frac{7}{8}$

۲

۹-

$a^3+(m-2)a+a^2=0 \xrightarrow[a=-1]{} -\cancel{1}-m+2+\cancel{1} \rightarrow m=2$

$a^2+a=0 \quad a(a+1)=0 \rightarrow a=0 \; ی \; a=-1$

غیرقابل قبول ✗

$f(x)=\frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^3+1|}=\frac{\sqrt{3}}{|x^2-x+1|}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

۲

۱۰-

$\lim_{x\to 0} f(x)=\frac{\cancel{|x|}(|x|+1)}{\cancel{|x|}(|x|+a)} \rightarrow \frac{1}{a}=\frac{2a-1}{2a+2} \rightarrow 2a^2-a=2a+2$

$2a^2-3a-2=0$
$a^2-3a-4=0$
$(a-4)(a+1)=0 \rightarrow a=4, a=-\frac{1}{2}$ ✗

$f(x)\begin{cases}\dfrac{x^2+|x|}{x^2+4|x|} \rightarrow ✓ \text{ در } R \\ \dfrac{x^2+|x|}{x^2-\frac{|x|}{2}} \rightarrow \text{ در صفر پیوسته نیست} \text{ ✗}\end{cases}$

$\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x)=\frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+4(\frac{1}{2})}=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{9}{4}}=\frac{3}{9}$

۲

نوزده

۳ ریشه‌ی مخرج باید ریشه‌ی صورت هم باشد پس ←

$$\begin{cases} 1 + a + b = ۰ \\ ۵ - a + b = ۰ \end{cases} \rightsquigarrow \begin{cases} b = -۳ \\ a = ۲ \end{cases}$$

$$\left[\frac{-۳ - ۲(۲)}{۳}\right] = \left[-\frac{۷}{۳}\right] = -۳$$