۱۸/۷۵

امین جلالی

۱ پ

$f(x)\begin{cases} a|x| \ , & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1\end{cases} \longrightarrow \begin{matrix} f(x^+)=f(x^-) \\ f'(x^+)=f'(x^-)\end{matrix}$

$a+1=b \quad , \ x=\frac{b\,2}{3\sqrt[3]{x}} \xrightarrow{x=1} b=\frac{3}{2} \ , \ a=\frac{1}{2} \longrightarrow a+b=2$

۲

۲ پ

$f(1)=0 \longrightarrow \frac{-2x+4}{3\sqrt{x^2}} \longrightarrow f'(x)=\frac{-2(\sqrt[3]{x^2})-\left(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\times(-2x+4)\right)}{(\sqrt[3]{x^2})^2} \longrightarrow f'(1)=\frac{-10}{3}$

$g(x)=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{x=1} g(x)=\frac{-x+2+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \longrightarrow g'(x)=\frac{\left(\frac{3}{2\sqrt{3x}}-1\right)(\sqrt[3]{x^2})-\left(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\times(-x+2+\sqrt{3x})\right)}{(\sqrt[3]{x^2})^2}$

$\longrightarrow g'(1)=\frac{3-4\sqrt{3}}{4} \longrightarrow f'(1)-2g'(1)=\boxed{\frac{-13+4\sqrt{3}}{3}}$

۱/۵

۳ پ

$ab+c=\frac{1}{a} \xrightarrow{\times a} ba^2+ac=1 \Rightarrow \boxed{ac=2}$

$b=-\frac{1}{a^2} \Rightarrow ba^2=-1$

۲

۵ پ

$(f\circ g)'(-\sqrt[3]{2}) \Rightarrow x=-\sqrt[3]{2} \quad \begin{cases} f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{2x}} \\ g(x)=\frac{1}{2x^3}\end{cases}$

۲

$\Rightarrow f(g(x))=f\left(\frac{1}{2x^3}\right)=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{2}{2x^3}}}=x \Rightarrow (f\circ g)'=x'=1$

۴ پ

$f'_-(a)=0 \qquad f'_+\neq f'_-$

$f'_+(a)$

$f'(x)=m(x-a)^{m-1}\neq 0$

$x\geq a$

۱/۷۵

$\Longrightarrow \boxed{m=1 \ \text{یا} \ m=0}$

۴

نقطه گوشه‌ای $\rightarrow f_+(a)=f_-(a)$

$m=0 \rightarrow$ مشتق هر دو طرف برابر است ✗

$m=1 \rightarrow f'_-(a)=0 \ , \ f'_+(a)=1$ ✓ $\rightarrow \boxed{m=1}$

$m>1 \rightarrow f'_-(a)=0 \ , \ f'_+(a)=m(\underbrace{x-a}_{a-a=0})^{m-1}$ ✗

$x=3 \longrightarrow -3a-5 = f(3)$ $\Rightarrow -a - (-3a-5) = 2$

$\longrightarrow -a = f'(3)$ $\Rightarrow 2a = -3 \Rightarrow a = -1.5$ ۶

۲

$\Rightarrow \dfrac{f(3)}{f'(3)} = \dfrac{-0.5}{1.5} = -\dfrac{1}{3}$

$g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10) \longrightarrow g'(-2) = f'(-1) + 3f'(4)$ ۸

$\xrightarrow[\text{۵ است}]{\text{چون متناوب}} f'(-1) = f'(4) \Rightarrow g'(-2) = 4\left(\frac{3}{2}\right) = 6$

۲

$fog = \left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}} \left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}} \right)\right)^2 + 1 \rightarrow (fog)' = 2\times A' \times A \Rightarrow fog\left(\frac{2}{\sqrt{8}}\right)$ ۷

$= \dfrac{8}{\sqrt{8}} \longrightarrow \dfrac{\sqrt{8}}{-128\sqrt{2}} = \boxed{-\dfrac{1}{64}}$

۱٫۵

$\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(5-h)-1}{5-h} \times \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(5-h)-2}{h} = \dfrac{2-1}{5} \times \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(5-h)-f(5)}{-h}$ ۹

$\Rightarrow -\dfrac{1}{5} f'(5) \Rightarrow -\dfrac{1}{5} \times \dfrac{25}{12} = \boxed{-\dfrac{5}{12}}$

۲

$\Rightarrow f'(x) = \sqrt[3]{x+5} + \dfrac{x-4}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} \xrightarrow{x=5} \dfrac{25}{12}$

۱۰

$6y = 3x+1 \Rightarrow m = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \boxed{m_{\text{عمود}} = -2}$

۲

$\Rightarrow y' = 2x - 4 = -2 \Rightarrow x = 1$

$y = 2$

$$f(x) = \frac{۴ - ۲x}{\sqrt[۳]{x^۲}} \rightarrow f'(۱) = \frac{-۲(\sqrt[۳]{۱}) - \frac{۲}{۳}(۱)^{-\frac{۱}{۳}}(\cancel{۴}^{۲}/۲)}{\sqrt[۳]{۱}} = -\frac{۱۰}{۳}$$ ۴

$$g(x) = \frac{|x - ۲| + \sqrt{۳x}}{\sqrt[۳]{x^۲}} \rightarrow g'(۱) = \frac{\left(-۱ + \frac{۳}{۲\sqrt{۳}}\right)(۱) - \frac{۲}{۳\sqrt[۳]{۱}}(۱+\sqrt{۳})}{\sqrt[۳]{۱}}$$

$$g'(۱) = -۱ + \frac{۳\sqrt{۳}}{۶} - \frac{۲}{۳} - \frac{۲\sqrt{۳}}{۳} = -\frac{۵}{۳} - \frac{\sqrt{۳}}{۶}$$

$$f'(۱) \div g'(۱) = -\frac{۱۰}{۳} + \frac{۱۰}{۳} + \frac{۲\sqrt{۳}}{۶} = \boxed{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}$$

$$(f \circ g)' = g'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right) \times f'\left(g\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right)\right)$$ ۷

$$g\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۹}{۸} - ۱}} = ۲ \rightarrow g'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right) \times f'(۲)$$

$$g'\left(\frac{۳}{\sqrt{۸}}\right) = -\frac{۱}{۳}(x^۲ - ۱)^{-\frac{۴}{۳}} \times ۲x = \frac{۶}{\sqrt{۸}} \times -\frac{۱}{۳} \times \left(\frac{۹}{۸} - ۱\right)^{-\frac{۴}{۳}} = -\frac{۲}{\sqrt{۸}} \times (۲^{-۳})^{-\frac{۴}{۳}}$$

$$= -\frac{۲^۵ \times \sqrt{۲}}{۴} = -۸\sqrt{۸}$$

$$f(x),\ x = ۲ \rightarrow f(x) = x[\varepsilon]^۲ + ۱ = ۱۶x^۲ + ۱ \rightarrow f'(۲) = ۳۲(۲) = ۶۴$$

$$\frac{-۸\sqrt{۲} \times \cancel{۶۴}}{-\underset{۲}{\cancel{۱۲۸}}\sqrt{۲}} = \boxed{۴}$$