۱۸/۲۵

نام و نام خانوادگی .... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ..۲۲.. **کلاس** دوازدهم تجربی B

۱

$a+1=b \qquad f'(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2}} & x<1\\[2ex] \dfrac{2x\times b}{3\sqrt[3]{x^4}} & x\geq 1\end{cases}$ باید موجود باشد $f'(1)$

$f'(1^+)=f'(1^-) \to \dfrac{2b}{3}=\dfrac{2}{2} \to b=\dfrac{3}{2} \to a=\dfrac{1}{2} \to \boxed{a+b=2}$

۲

۲

$g(x)=\dfrac{\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\dfrac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{x=1} \dfrac{-x+2+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

$g'(x)=\dfrac{\left(-1+\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\right)(\sqrt[3]{x^2})-\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}}(2-x+\sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x^4}} \xrightarrow{x=1} \dfrac{(-1+\frac{1}{3})(1)-\frac{2}{3}(2-1+1)}{1}=\boxed{\dfrac{-6}{3}=-2}$

$f(x)=\dfrac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{x=1} \dfrac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}} \to f'(x)=\dfrac{-2(\sqrt[3]{x^2})-\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}}(-2x+4)}{(\sqrt[3]{x^4})} \xrightarrow{x=1} \dfrac{-2-\frac{2}{3}\times 2}{1}=\boxed{\dfrac{-10}{3}}$

$f'(1)-2g'(1)=\dfrac{-10}{3}-2(-2)=\dfrac{-10}{3}+4=\boxed{\dfrac{2}{3}}$

۱/۷۵

۳

چون گفته به ازای هر مقدار a، من به a عدد یک را می‌دهم.

$f(x)=\begin{cases}bx+c & x<1\\ \dfrac{1}{x} & x\geq 1\end{cases} \to b+c=1$

$f'(1)=f'(1^-) \to b=-1 \to c=2 \qquad ac=1\times 2=\boxed{2}$

۲

۴

$f'(a)\neq f'(a^-) \to f'(a^-)=0\neq m(x-a)^{m-1}$

به ازای هیچ عددی چنین چیزی امکان پذیر نیست چون در هر صورت هر دو صفر خواهند شد.

۱/۷۵

۵

$g'(-\sqrt[3]{2})\, f'(g(-\sqrt[3]{2}))=(fog(-\sqrt[3]{2}))'$

$fog(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^3-|x^3|-|x^3-|x^3||}} \xrightarrow{x=-\sqrt[3]{2}} \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^3+x^3-|2x^3|}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{4x^3}}$

$\to fog(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{4}\times x} \to (fog(x))'=\dfrac{-\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4}\times x}=\dfrac{-1}{x}=\dfrac{-1}{-\sqrt[3]{2}}=\boxed{\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}}$

۱/۷۵

$f'(3) = a =$ شیب y
$f(3) = y_{(3)} = -3a - 5$
$\Big\} \to -a - (-3a - 5) = 2 \to 2a + 5 = 2 \to a = \boxed{\frac{-3}{2}}$

$\frac{f(3)}{f'(3)} = \frac{\frac{9}{2} - 5}{\frac{+3}{2}} = \frac{\frac{-1}{2}}{\frac{3}{2}} = \boxed{\frac{-1}{3}}$ ۶

۲

$f(x) \xrightarrow{x = \frac{3}{\sqrt{8}}} \left(x\left[\frac{9}{8} + \frac{3}{8}\right]\right)^2 + 1 \to f(x) = 9x^2 + 1 \to f'(x) = 18x$

$g'(x) = \dfrac{\frac{-2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^3}}}{\sqrt[3]{(x^2-1)^2}}$ $\quad g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = 2$ ۷

$(f \circ g)'(x) = g'(x) f'(g(x))$

$= \frac{-2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^4}} \times f'(2) = \frac{\frac{-3}{\sqrt{2}}}{\frac{3}{16}} \times 18 \times 2 = \frac{-16\sqrt{2}}{2} \times 18 \times 2$

۱/۵

$\to \frac{-16 \times \sqrt{2} \times 18}{-128 \times \sqrt{2}} = \boxed{\frac{9}{4}}$ $\quad f'(-1) = f'(4) = f'(9) = f'(14) = \frac{3}{2}$ ۲

$g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10) \xrightarrow{x=-2} g'(-2) = f'(-1) + 3f'(4) = 4f'(-1) = \frac{6}{8}$

$\lim_{h \to 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{5h - h^2} \xrightarrow{Hop} \lim_{h \to 0} \frac{-2f'(5-h)f(5-h) + 3f'(5-h)}{5 - 2h}$ ۹

$= \frac{-2f'(5)f(5) + 3f'(5)}{5} = \frac{-2 \times \frac{25}{12} \times 2 + 3 \times \frac{25}{12}}{5} = \frac{\frac{-100}{12} + \frac{75}{12}}{5}$

$= \frac{-25}{5 \times 12} = \boxed{\frac{-5}{12}}$

$f(5) = 1 \times \sqrt[3]{8} = \boxed{2}$ $\quad f'(x) = \sqrt[3]{x+3} + (x-4)\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}}$

$\to f'(5) = 2 + \frac{1}{12} = \boxed{\frac{25}{12}}$

۱/۵

$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \to a \times a' = -1 \to \frac{1}{2} \times a' = -1 \to a' = -2$

$y' = 2x - 4 \to -2 = 2x - 4 \to \boxed{x = 1} \to y = 1 - 4 + 5 = \boxed{2}$ ۱۰

$12\frac{1}{2}$

۲

۲

$$f(x) = \frac{۴-۲x}{\sqrt[۳]{x^۲}} \rightarrow f'(۱) = \frac{-۲(\sqrt[۳]{۱}) - \frac{۲}{۳}(۱)^{-\frac{۱}{۳}}\overset{۲}{(۴-۲)}}{\sqrt[۳]{۱}} = -\frac{۱۰}{۳}$$

$$g(x) = \frac{|x-۲| + \sqrt{۳x}}{\sqrt[۳]{x^۲}} \rightarrow g'(۱) = \frac{\left(-۱ + \frac{۳}{۲\sqrt{۳}}\right)(۱) - \frac{۲}{۳\sqrt[۳]{۱}}(۱+\sqrt{۳})}{\sqrt[۳]{۱^۴}}$$

$$g'(۱) = -۱ + \frac{۳\sqrt{۳}}{۶} - \frac{۲}{۳} - \frac{۲\sqrt{۳}}{۳} = -\frac{۵}{۳} - \frac{\sqrt{۳}}{۶}$$

$$f'(۱) - ۲g'(۱) = -\frac{۱۰}{۳} + \frac{۱۰}{۳} + \frac{۲\sqrt{۳}}{۶} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۴

نقطه گوشه‌ای $\rightarrow f_+(a) = f_-(a)$

$m=۰ \rightarrow$ مشتق هر دو طرف برابر صفر است ✗

$m=۱ \rightarrow f'_-(a) = ۰ \;,\; f'_+(a) = ۱$ ✓ $\rightarrow \boxed{m=۱}$

$m \geq ۲ \rightarrow f'_-(a) = ۰ \;,\; f'_+(a) = m(\underbrace{x-a}_{a-a=۰})^{m-۱}$ ✗

۵

$$g(-\sqrt[۳]{۲}) = \frac{۱}{(-\sqrt[۳]{۲})^۳ - |۱-\sqrt[۳]{۲}|^۳} = \frac{۱}{-۲-۲} = -\frac{۱}{۴}$$

$$f\left(-\frac{۱}{۴}\right) = \frac{۱}{\sqrt[۳]{-\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۴}}} = \left(-\frac{۱}{۲}\right)^{-\frac{۱}{۳}} = -(۲)^{-۱\times-\frac{۱}{۳}} = -۲^{\frac{۱}{۳}} = -\sqrt[۳]{۲}$$

$\rightarrow f \circ g(x) = x$

$$g'(x) \times f'(g(x)) = (x)' = ۱$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\big(f(5-h)-2\big)\big(f(5-h)-1\big)}{h(5-h)} = -f'(5)\times\frac{\big(\overset{2}{f(5)}-1\big)}{5}$$ 9

$$f'(5) = \sqrt[3]{x+3} + \frac{x-4}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} \rightsquigarrow -f'(5) = -\left(\sqrt[3]{8}+\frac{1}{3\times 4}\right) = 2+\frac{1}{12} = -\frac{25}{12}$$

$$-\frac{25}{12}\times\frac{2-1}{5} = \boxed{-\frac{5}{12}}$$

تعریف مشتق در $f(5)$ $\longrightarrow$ $\dfrac{f(h)-f(5-h)}{h} = f'(5)$

$$(f\circ g)' = g'\left(\tfrac{3}{\sqrt{8}}\right)\times f'\left(g\left(\tfrac{3}{\sqrt{8}}\right)\right)$$ 7

$$g\left(\tfrac{3}{\sqrt{8}}\right) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{9}{8}-1}} = 2 \longrightarrow g'\left(\tfrac{3}{\sqrt{8}}\right)\times f'(2)$$

$$g'\left(\tfrac{3}{\sqrt{8}}\right) = -\frac{1}{3}(x^2-1)^{-\frac{4}{3}}\times 2x = \frac{6}{\sqrt{8}}\times -\frac{1}{3}\times\left(\frac{9}{8}-1\right)^{-\frac{4}{3}} = -\frac{2}{\sqrt{8}}\times(2^{-3})^{-\frac{4}{3}}$$

$$= -\frac{2^5\times\sqrt{2}}{4} = -8\sqrt{8}$$

$$f(x),\ x=2 \longrightarrow f(x) = x[\varepsilon]^2+1 = 3x^2+1 \longrightarrow f'(2) = 32(2) = 64$$

$$\frac{-8\sqrt{2}\times 6\cancel{4}}{-\underset{2}{\cancel{128}}\sqrt{2}} = 4$$