۲۲

۱۴٫۷۵

مهراد ساعی

۱) تابع در نقطه ۰ مشتق‌ناپذیر است پس تابع در یک مشتق‌پذیر باشد

$1+a = b$ و $f'_+(1) = \frac{2b}{3}$ ⇒ $b = \frac{3}{2}$, $a = \frac{1}{2}$ ⇒ $a+b = \frac{4}{2} = 2$

$f'_-(1) = 1$

۲

---

۲)

$$f'(x) = \frac{-2(\sqrt[3]{x^2}) - (4-2x)(\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}})}{\sqrt[3]{x^4}}$$

$$g'(x) = \frac{(-\frac{1}{2} \ldots)\sqrt[3]{x^2} - (2-x+\sqrt{x})\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{x^4}} \Rightarrow f'(1) - 2g'(1) = -\frac{10}{3}$$

۱٫۵

---

۳)

$\frac{1}{a} = ab + c$ ⇒ $f'(a) \to \frac{-1}{a^2} = b$ ⇒ $\frac{1}{a} = \frac{-1}{a} + c$

⇒ $\frac{2}{a} = c$ ⇒ $ac = 2$

۲

---

۴)

$f'(x) = m(x-a)^{m-1} \neq 0$ ⇒ $m \neq 0, 1$ ⇒ ۲ مقدار

۱٫۲۵

---

۵)

$f g' + f(g)$, $(f \circ g)' = f' \circ g'$ ⇒ ①

۲

---

۶)

$f'(2) - f(2) = 2$ ⇒ $-a - (-d - 2a) = 2$ ⇒ $a = -\frac{3}{2}$ ⇒ $f(2) = \frac{3}{2}$

⇒ $\frac{f}{f'} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2}$ $f'(2) = -\frac{3}{2}$

۲

---

۷)

$(f \circ g)' = f' \times g'$, $g(\frac{3}{\sqrt{2}}) = 2$ ⇒ $g'(\frac{3}{\sqrt{2}}) \times f'(2) = -2^{4} \times 2\sqrt{2}$

⇒ $g' = (x^2-1)^{-\frac{1}{3}} \to -\frac{1}{3}(2x)(x^2-1)^{-\frac{4}{3}}$

$f' = (x+4)^2 + 1 = 8(x+4)$

$\frac{-2^{4} \times 2\sqrt{2}}{-2^{3}\sqrt{2}} = ③$

۱٫۵

$y' = f(x+1) + ۲f(۲x+۱۰)$ (۸

$y'(-۲) = f(-۱) + ۳f'(۴) = ۴ \times \frac{۳}{۲} = \boxed{۶}$

$\downarrow$

$f'(۴) = f'(-۱)$

۲

Hop → $\dfrac{-۲a\, f'(a-h)\, f(a-h) + ۲f'(a-h)}{}$ (۹

a

۰

$y = \frac{۱+۳x}{۴} \Rightarrow m_1 = \frac{1}{۳} \xrightarrow{m_1 m_2 = -1} m_2 = -۳$ (۱۰

$f' = ۲x - ۴$ $\Rightarrow ۲x - ۴ = -۳ \Rightarrow x = ۱$

$y = ۲$

۲

۶

$f(x) = \dfrac{۴-۲x}{\sqrt[۳]{x^۲}} \rightarrow f'(۱) = \dfrac{-۲(\sqrt[۳]{۱}) - \frac{۲}{۳}(۱)^{-\frac{۱}{۳}}\overset{۲}{(۴-۲)}}{\sqrt[۳]{۱}} = -\dfrac{۱۰}{۳}$

$g(x) = \dfrac{|x-۲| + \sqrt{۳x}}{\sqrt[۳]{x^۲}} \rightarrow g'(۱) = \dfrac{(-۱ + \frac{۳}{۲\sqrt{۳}})(۱) - \frac{۲}{۳\sqrt[۳]{۱}}(۱+\sqrt{۳})}{\sqrt[۳]{۱}}$

$g'(۱) = -۱ + \dfrac{۳\sqrt{۳}}{۶} - \dfrac{۲}{۳} - \dfrac{۲\sqrt{۳}}{۳} = -\dfrac{۵}{۳} - \dfrac{\sqrt{۳}}{۶}$

$f'(۱)\ ۲g'(۱) = -\dfrac{۱۰}{۳} + \dfrac{۱۰}{۳} + \dfrac{۲\sqrt{۳}}{۶} = \boxed{\dfrac{\sqrt{۳}}{۳}}$

۴

نقطه‌ی گوشه‌ای $\rightarrow f_{+}(a) = f_{-}(a)$

$m=0 \rightarrow$ مشتق هر ۲ ضابطه ۰ است ✗

$m=1 \rightarrow f'_{-}(a) = ۰ \ , \ f'_{+}(a) = ۱$ ✓ $\rightarrow \boxed{m = ۱}$

$>۲ \rightarrow f'_{-}(a) = ۰ \ , \ f'_{+}(a) = m(\underbrace{x-a}_{a-a=۰})^{m-۱}$ ✗

۷

$(f\circ g)' = g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}))$

$g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) = \dfrac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۹}{۸} - ۱}} = ۲ \rightarrow g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) \times f'(۲)$

$g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}}) = -\frac{۱}{۳}(x^۲-۱)^{-\frac{۴}{۳}} \times ۲x = \dfrac{۶}{\sqrt{۸}} \times -\dfrac{۱}{۳} \times (\frac{۹}{۸} - ۱)^{-\frac{۴}{۳}} = -\dfrac{۲}{\sqrt{۸}} \times (۲^{-۳})^{-\frac{۴}{۳}}$

$= -\dfrac{۲^۵ \times \sqrt{۲}}{۴} = -۸\sqrt{۸}$

$f(x), x = ۲ \rightarrow f(x) = x[\varepsilon]^۲ + ۱ = ۱۶x^۲ + ۱ \rightarrow f'(۲) = ۳۲(۲) = ۶۴$

$\dfrac{-۸\sqrt{۲} \times \cancel{۶۴}}{-\cancel{۱۲۸}\sqrt{۲}} = \boxed{۴}$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\big(f(5-h)-2\big)\big(f(5-h)-1\big)}{h(5-h)} = -f'(5)\times\frac{(\overset{2}{f(5)}-1)}{5}$$

$$f'(x)=\sqrt[3]{x+3}+\frac{x-4}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} \rightsquigarrow -f'(5) = -\left(\sqrt[3]{8}+\frac{1}{3\times 4}\right) = 2+\frac{1}{12} = -\frac{25}{12}$$

$$-\frac{25}{12}\times\frac{2-1}{5} = \boxed{-\frac{5}{12}}$$

تمرین مشق

در $f(5)$ $\rightarrow$ $\dfrac{f(h)-f(5-h)}{h} = f'(5)$