

نام و نام خانوادگی: پاسنامه تشریحی تکلیف شماره: کلاس: درجه:

1

$$f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x} & x < 1 \\ b\sqrt[3]{x} & x \geq 1 \end{cases} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \rightarrow b = a + 1$$

در اینجا $\sqrt{x} > 0$ و $\sqrt[3]{x} > 0$ است و این دو شرط را باید در نظر گرفت.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}} & x < 1 \\ \frac{1}{3\sqrt[3]{x}} & x \geq 1 \end{cases} \rightarrow f'_+(1) = f'_-(1) \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \rightarrow b = \frac{3}{2}$$

$\rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$

2

$$f'(1) = g'(1) \rightarrow f - g \rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \rightarrow \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt[3]{x}} = \frac{-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}\sqrt[3]{x}}$$

$$\frac{-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}\sqrt[3]{x}} = -\sqrt[3]{x} \cdot x^{-\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{\sqrt[3]{x}}{x} \cdot x^{-\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{\sqrt[3]{x}}{x^{\frac{3}{2}}} \rightarrow \frac{\sqrt[3]{x}}{x^{\frac{3}{2}}}$$

3

$$\begin{cases} ba + c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases} \rightarrow \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \rightarrow$$

$$ba + c = \frac{1}{a} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} b & x < a \\ -\frac{1}{x^2} & x \geq a \end{cases} \rightarrow f'_+(a) = f'_-(a) \rightarrow b = -\frac{1}{a^2}$$

$$ab = -1 \rightarrow ab = -\frac{1}{a} \Rightarrow -\frac{1}{a} + c = \frac{1}{a} \rightarrow \frac{1}{a} = c \rightarrow ac = 1$$

4

$$f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a)^m & x \geq a \end{cases} \rightarrow f(a) = b \rightarrow f'(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ m(x-a)^{m-1} & x \geq a \end{cases}$$

در صورتی که $m > 1$ باشد، $f'_+(a) = f'_-(a) = 0$ و این شرط را باید در نظر گرفت.

در صورتی که $m = 1$ باشد، $f'_+(a) = f'_-(a) \neq 0$ و این شرط را باید در نظر گرفت.

5

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} - (x-1)} \rightarrow g(x) = \frac{1}{\sqrt{x} - (x-1)} \rightarrow g(-\sqrt{x}) = -\frac{1}{\sqrt{x}} \rightarrow f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow g'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow g'(-\sqrt{x}) = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$g'(-\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} \rightarrow g'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$y_2 = -a - a$ درستی f و g
 $\bar{y}$ $f'(x) = g'(x)$
 $f(x) = g(x)$

$f'(x) = f(x) \Rightarrow -a = (-3a - a) = 2 \rightarrow 4a = -2 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$
 $\frac{f(x)}{f'(x)} = \frac{-3a - a}{-a} = 2 + \frac{a}{a} = \boxed{-\frac{1}{2}}$

$(f \circ g)' = f'(g(x)) \times g'(x) \rightarrow g'(\frac{x}{\sqrt{x}}) = \frac{-\frac{x}{\sqrt{x}} \sqrt{x^2-1}}{(\sqrt{x^2-1})^2} = \frac{-\sqrt{x}}{\frac{1}{x}} = -x\sqrt{x}$
 $g'(\frac{x}{\sqrt{x}}) = 2 \rightarrow f' = (x[\frac{x}{\sqrt{x}}])' = 14x^2 + 1 \rightarrow f'(x) = 4x$
 $(f \circ g(\frac{x}{\sqrt{x}}))' = 4x - x\sqrt{x} = -x\sqrt{x} \times 4 \rightarrow$

$g(x) = f(x+1) + f(3x+1)$ در صورتی که
 $f'(-1) = \frac{3}{4}$
 $g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+1) \xrightarrow{x=-1} g'(-1) = f'(-1) + 3f'(4)$
 $\xrightarrow{\text{در صورتی که}} f'(-1) = f'(-1+1) = f'(2) = \frac{3}{4} \rightarrow g'(-1) = \frac{3}{4} + 3 \times \frac{3}{4} = \boxed{3}$

$f(x) = (x-2)\sqrt{x+3} \rightarrow f(0) = 2 \quad f'(x) = \sqrt{x+3} + \frac{1}{2\sqrt{x+3}}(x-2) \rightarrow f'(0) = 2$
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(0-h) - 2f'(0-h) + 2}{h(0-h)} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{2f'(0-h) - 2f'(0-h) + 2}{-2h + 0}$
 $= \frac{-2f'(0) + 2f'(0) + 2}{0} = \frac{-2 \times 2 + 2 \times \frac{5}{2}}{0} = \boxed{-\frac{5}{2}}$

$y = ax^2 - 4x + 2$ خط مماس بر منحنی در نقطه (1, 1)
 $y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$ در نقطه (1, 2)
 $2x - 4 = 2 \rightarrow \boxed{x = 1}$