نام و نام خانوادگی ......شایان هیشان...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ......دوازدهم......

۱

$f(x) = \begin{cases} a+\sqrt{x^2} & x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \end{cases} \longrightarrow$ در اینجا $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^-} f(x) \to b = a+1$

$a+\sqrt{x^2}$ در $x=0$ مشتق ناپذیر است پس در ۱ مشتق پذیر است

$f' \begin{cases} \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2}} & x<1 \\ b \cdot \dfrac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}} & x\geq 1 \end{cases} \to f'_+(1) = f'_-(1) \to \dfrac{2b}{3} = 1 \to b = \boxed{\dfrac{3}{2}}$

$\to a = \dfrac{1}{2} \Rightarrow a+b = \dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2} = \boxed{2}$

۲

$f'(1) - 2g'(1) \,?\, (f-2g)'(1) \to f-2g = \dfrac{\overset{\text{منفی}}{|2x-4|}}{\sqrt[3]{x^2}} - 2\,\dfrac{\overset{\text{منفی}}{|x-2|} + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \dfrac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

$\dfrac{-2\sqrt{3} \times x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}} = -2\sqrt{3}\, x^{-\frac{1}{6}} \xrightarrow{\text{مشتق}} \dfrac{\sqrt{3}}{3} x^{-\frac{7}{6}} \xrightarrow{x=1} \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$

۳

$\begin{cases} bx+c & x<a \\ \dfrac{1}{x} & x\geq a \end{cases} \longrightarrow$ در a پیوسته $\lim_{x\to a^+} = \lim_{x\to a^-} \to$

$ba+c = \dfrac{1}{a} \quad \Big\{ \quad f'(x) = \begin{cases} b & x<a \\ -\dfrac{1}{x^2} & x\geq a \end{cases} \to f'_+(a) = f'_-(a) \to b = -\dfrac{1}{a^2}$

$a^2 b = -1 \to ab = -\dfrac{1}{a} \Rightarrow -\dfrac{1}{a}+c = \dfrac{1}{a} \to \dfrac{2}{a} = c \to ac = \boxed{2}$

۴

$f(x) \begin{cases} b & x<a \\ b+(x-a)^m & x\geq a \end{cases} \to \begin{matrix} \lim_{x\to a^-} = b \\ f(a) = b \\ \lim_{x\to a^+} = b \end{cases}$ پس پیوسته است $\to f'(x) = \begin{cases} 0 & x<a \\ m(x-a)^{m-1} & x\geq a \end{cases}$

در هر صورت چون $\longrightarrow$ توان باید صفر باشد $\longrightarrow m-1 = 0 \longrightarrow \boxed{m=1}$ کمترین مقدار m

در این صورت $x-a$ داریم مشتق نمی‌شود

راست در لو نشان $f'_+(a) \neq f'_-(a)$

۵

$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}} \quad g(x) = \dfrac{1}{x^3 - |x^3|} \to g(-\sqrt[3]{2}) = -\dfrac{1}{4} \to f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2x}}$

$f'(x) = \dfrac{-\dfrac{2}{3\sqrt[3]{4x^2}}}{(\sqrt[3]{2x})^2} , \dfrac{-\dfrac{2}{3\sqrt[3]{\frac{1}{4}}}}{(\sqrt[3]{\frac{1}{2}})^2} = \dfrac{-2}{3\sqrt[3]{\frac{1}{16}}} \quad \to g'(-\sqrt[3]{2}) \times f'(g(-\sqrt[3]{2})) = \boxed{1}$

$g(-\sqrt[3]{2}) = \dfrac{1}{2x^3} = \dfrac{1}{4} x^{-3} \to g'(x) = -\dfrac{3}{4} x^{-4} \to -\dfrac{3}{4\sqrt[3]{16}}$

$y = -ax - 5$ ، وقتی مماس بر f است ، $\frac{f}{g}$ ، $f'(3) = g'(3)$ ، $f(3) = g(3)$ ، $\rightarrow g'(3) = -a = f'(3)$ ، $\rightarrow g(3) = -3a-5 = f(3)$ $f'(3) - f(3) = 2 \rightarrow -a - (-3a-5) = 2 \rightarrow 2a = -3 \rightarrow a = -\frac{3}{2}$ $\frac{f(3)}{f'(3)} = \frac{-3a-5}{-a} = 3 + \frac{5}{a} = \boxed{-\frac{1}{3}}$	۶	
$(f \circ g)' = f'(g(x)) \times g'(x) \rightarrow g'(\frac{3}{\sqrt{8}}) = \frac{-\frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}}}{(\sqrt[3]{x^2-1})^2} = \frac{-\sqrt{8}}{\frac{1}{4}} = -8\sqrt{2}$ $g(\frac{3}{\sqrt{8}}) = 2 \rightarrow f$ در همسایگی ۲ $= (x[2+\frac{1}{2}])^2 + 1 = 16x^2 + 1 \rightarrow f'(2) = 64$ $(f \circ g(\frac{3}{\sqrt{8}}))' = 64 \times -8\sqrt{2} = -128\sqrt{2} \times 4 \rightarrow$ ۴ برابر	۷	
$g(x) = f(x+1) + f(3x+10)$ ، $f'(-1) = \frac{3}{2}$ ، دوره تناوب ۵ $\hookrightarrow g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10) \xrightarrow{x=-2} g'(-2) = f'(-1) + 3f'(4)$ $\xrightarrow{\text{تابع متناوب}} f'(-1) = f'(-1+T) = f'(4) = \frac{3}{2} \rightarrow g'(-2) = 4 \times \frac{3}{2} = \boxed{6}$	۸	
$f(x) = (x-4)\sqrt[3]{x+3} \rightarrow f(5) = 2$ ، $f'(x) = \sqrt[3]{x+3} + \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}}(x-4) \rightarrow f'(5) = \frac{25}{12}$ $\lim_{h\to 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h(5-h)} \xrightarrow{HOP} \frac{-2f(5-h)f'(5-h) + 3f'(5-h)}{-2h+5}$ ، $5h - h^2$ $= \frac{-2f(5)f'(5) + 3f'(5)}{5} = \frac{-2 \times 2 \times \frac{25}{12} + 3\frac{25}{12}}{5} = \boxed{\frac{-5}{12}}$	۹	
$y = ax^2 - 4x + 5$ ، خط مماس بر منحنی بر معادله خط عمود بر شیب آن قرینه معکوس $\frac{1}{2}$ یعنی ۲- است $y = \frac{2x+1}{4} = \frac{x}{2} + \frac{1}{4}$ مشتق $2x - 4 = -2 \rightarrow \boxed{x = 1}$	۱۰	