نام و نام خانوادگی ...[illegible]............ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۲.. کلاس ..دوازدهم..B.......

۱

$$f(x)=\begin{cases} a+\underbrace{\sqrt{x^2}}_{|x|} & ; x<1 \\ b\sqrt[3]{x^2} & ; x\geq 1\end{cases} \xrightarrow[x=1]{\text{در R پیوسته}} a+|x| = b\sqrt[3]{x^2} \rightarrow a-b=-1$$

نقطه‌ی ۰ مشتق پذیر نیست $\longrightarrow$ نقطه‌ی ۱ باید مشتق پذیر باشد $\longrightarrow$ $\frac{\frac{1}{x}}{|x|} = \frac{2b}{3\sqrt[3]{x}} \rightarrow 3=2b$

$b=1/5$

$a=0/5$

$a+b=2$

۲

$$f(x)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{x=1} \frac{4-2x}{\sqrt[3]{x^2}} \longrightarrow f'(x)=\frac{-2\sqrt[3]{x^2}-\frac{2(4-2x)}{3\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^4}}$$

$$g(x)=\frac{\underbrace{\sqrt{x^2-4x+4}}_{|x-2|}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \xrightarrow{x=1} \frac{2-x+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \rightarrow g'(x)=\frac{\left(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}}\right)\left(\sqrt[3]{x^2}\right)-\frac{2(2-x+\sqrt{3x})}{3\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^4}}$$

$$f'(1)-2g'(1)=-\frac{10}{3}-2\left(\frac{-10-\sqrt{3}}{6}\right)=-\frac{10}{3}+\frac{10+\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

۳

$$f(x)=\begin{cases} bx+c & ; x<a \\ \frac{1}{x} & ; x\geq a\end{cases} \rightarrow \underbrace{b}_{-\frac{1}{a^2}}a+c=\frac{1}{a} \rightarrow -\frac{1}{a}+c=\frac{1}{a}$$

$\xrightarrow{\text{مشتق}} b=\frac{-1}{a^2}$

$c=\frac{2}{a}$

$ac \Rightarrow \cancel{a}\frac{2}{\cancel{a}}=2$

۴

$$f(x)=\begin{cases} b & ; x<a \\ b+(x-a)^m & ; x\geq a\end{cases}$$

$\underbrace{(a,b)}_{\text{نقطه‌ی گوشه‌ای}} \longrightarrow m\neq 0$ نقطه‌ی a ناپیوستگی می‌شود و سمت راست تابع در نقطه‌ی a اصلا برابر b نمی‌شود

$\downarrow$

$(x-a)^m \longrightarrow m=1$ یک مقدار

زیرا بزرگتر از یک شود ریشه‌ی مکرر پیدا می‌کند و نقطه مشتق پذیر می‌شود

۵

$$g(-\sqrt[3]{2})\,f'\left(g(-\sqrt[3]{2})\right)=\left(fog(-\sqrt[3]{2})\right)'=1$$

$(fog)'=1$

$$g(x)=\frac{1}{x^3-|x^3|} \xrightarrow{x=-\sqrt[3]{2}} \frac{1}{2x^3}$$

$-\frac{1}{4}$

$g(-\sqrt[3]{2})$

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}} \xrightarrow{x=} \frac{1}{\sqrt[3]{2x}}$$

$$\xrightarrow{x=-\sqrt[3]{2}} fog=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{2}{2x^3}}}=\frac{1}{\frac{1}{x}}=x$$

$y = -ax - 5 \longrightarrow$ مماس بر f در نقطه‌ای به طول ۳ $\longrightarrow f(3) = -3a - 5$, $f'(3) = -a$

$\frac{f(3)}{f'(3)} = -\frac{1}{3}$

$\cancel{f'(3) - f(3) = 2}$

$-a - (-3a - 5) = 2 \longrightarrow -a + 3a + 5 = 2 \longrightarrow 2a = -3 \rightarrow a = -1.5$ ۶

$f(x) = \left(x\left[x^2 + \frac{1}{2}\right]\right)^2 + 1 \quad \xrightarrow{x = g(\frac{3}{\sqrt{8}})} \quad (x[4.5])^2 + 1 = 16x^2 + 1$

$g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 1}} \xrightarrow{x = \frac{3}{\sqrt{8}}} f \circ g = 16(x^2 - 1)^{-\frac{2}{3}} + 1 \longrightarrow$ ۷

$\longrightarrow (f \circ g)' = 16x \cdot -\frac{2}{3}(x^2 - 1)^{-\frac{5}{3}} \times 2x = -2^9\sqrt{2} \rightarrow \frac{-2^9\sqrt{2}}{-128\sqrt{2}} = 4$

$g(x) = f(x+1) + f(3x+10) \qquad f'(-1) = \frac{3}{2} = f'(4)$

دوره تناوب تابع ۵ است

$g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10)$

$g'(-2) = f'(\underbrace{-2+1}_{-1}) + 3f'(\underbrace{-6+10}_{4})$ ۸

$g'(-2) = f'(-1) + 3f'(4) \longrightarrow g'(-2) = \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = 6$

$f(x) = (x-4)\sqrt[3]{x+3} \longrightarrow f(5) = 2 \longrightarrow$ حد زیر $\frac{0}{0}$ است

$f'(x) = \sqrt[3]{x+3} + (x-4)\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} \longrightarrow f'(5) = \frac{25}{12}$

$\lim_{h \to 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h(5-h)} \xrightarrow{Hop} \lim_{h \to 0} \frac{2f(5-h)f'(5-h) - 3f'(5-h)}{5 - 2h} \longrightarrow$ ۹

$\longrightarrow \frac{4f'(5) - 3f'(5)}{5} = \frac{f'(5)}{5} = \frac{\frac{25}{12}}{5} = \frac{5}{12}$

$y = x^2 - 4x + 5 \xrightarrow{\text{شیب خط مماس}} 2x - 4 \longrightarrow 2x - 4 = -2 \rightarrow x = 1$

$6y - 3x = 1 \longrightarrow$ شیب $= \frac{1}{2} \longrightarrow$ شیب عمود $= -2$

$y = x^2 - 4x + 5 \xrightarrow{x=1} 1 - 4 + 5 = 2 \longrightarrow (1, 2)$ ۱۰